

## بررسی رفتار غیرخطی هندسی در عملکرد سازه‌های نامتقارن

مجید امین افشار

استادیار دانشکده فنی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران  
mafshar@eng.ikiu.ac.ir

احمدضیا برهانی

دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران  
Borhani\_lm2004@yahoo.com

کلید واژه‌ها: سازه‌های نامتقارن، زلزله، تشدید ترکیبی، پاسخ تاریخیچه زمانی و فرکانسی

### چکیده

برای طراحی و کنترل سازه‌ها، فهمیدن رفتار دینامیکی آنها لازم و ضروری است. در این مقاله یک مدل جدید برای ساختمانهای نامنظم در پلان تحت زلزله و تحریکات هارمونیک ارائه شده است که جملات همبسته ی غیرخطی اینرسی که در مدل‌های خطی نادیده گرفته می شود، در نظر گرفته شده است. علاوه بر این تأثیرات تشدید ترکیبی بر روی رفتار سازه نیز بررسی شده است. مشخصات دینامیکی مانند سختی ها، به عنوان متغیرهای وابسته به سیستم مختصات دورانی تعریف شده است. در این روش ابتدا معادلات حرکت را بر مبنای سیستم مختصات دورانی بدست می آوریم، سپس با استفاده از یکی از روش های تحلیل آشفتگی، این معادلات به مجموعه ای از دستگاههای معادلات دیفرانسیل خطی با مراتب زمانی مختلف، کاهش می یابد، که با این امر، بررسی وضعیت های بحرانی تشدیدهای غیرخطی ممکن و تحلیل پایداری آنها امکان پذیر می گردد. در ادامه سازه نامتقارن یک طبقه را تحت زلزله کوبه و نیروی هارمونیک قرار داده و پاسخ زمانی و فرکانسی آنها را بررسی و با هم مقایسه می کنیم. و در آخر نیز تحلیل پایداری در نواحی تشدید ترکیبی به صورت منحنی های نیرو-پاسخ بررسی می گردد. همچنین پاسخ لرزه‌ای دو مدل خطی متداول و غیرخطی پیشنهادی برای سازه نامتقارن پنج طبقه تحت زلزله نرتریج مطالعه می گردد.

### مقدمه

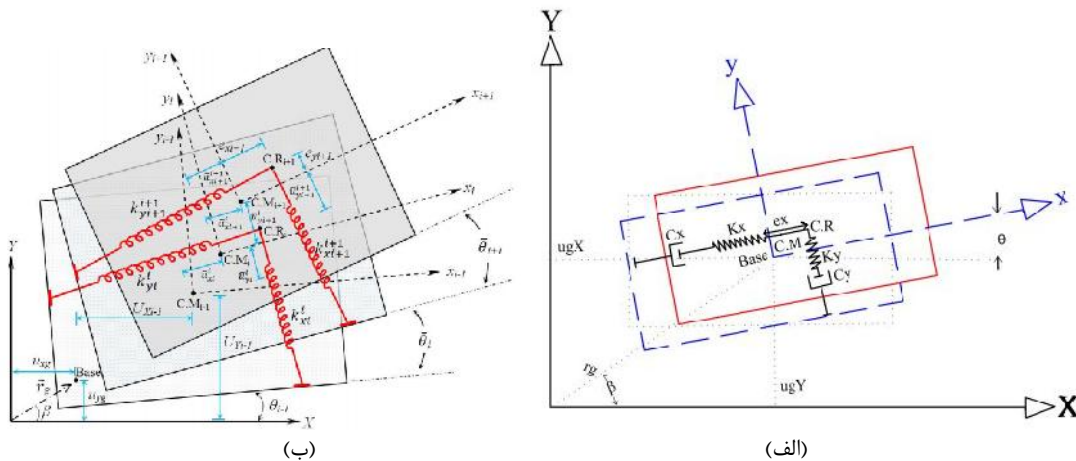
رفتار پیچشی سازه‌های نامتقارن، یکی از علت های اصلی تخریب و شکست آنها در هنگام زلزله های بزرگ است. همبستگی پیچشی-جانبی در سازه های نامتقارن، عامل اصلی به وجود آمدن ارتعاشات پیچشی، به علت خروج از مرکزیت میان مراکز جرم و سختی می باشد. اثرات این همبستگی پیچشی-جانبی و آسیب پذیری لرزه ای سازه های نامتقارن مکررا در زمین لرزه های بزرگ خود را نشان داده است. برای مثال بررسی و تحلیل در مورد زلزله شهر مکزیک نشان می دهد که، تقریبا ۵۰٪ خرابی ها به طور مستقیم یا غیرمستقیم به شکل نامتقارنی سازه (نامتقارنی پلان، سختی و جرم) بستگی دارد (Meli 1985, Chandler 1986). در تحقیقات پیشین، تأثیرات همبستگی پیچشی روی پاسخ لرزه ای، هم برای نامتقارنی المان های مقاومتی و هم جرمی، به طور گسترده توسط مدل های ساده یک طبقه ای بررسی و تحقیق شده است (Chopra 1991, Rutenberg 1998). آنها با تعمیم مدل های یک طبقه در نظر داشتند تا پارامترهای اصلی و کلیدی را، برای طراحی سازه‌های چند طبقه مشخص کنند؛ با این وجود امکان دارد این مدل‌های ساده شده، اثرات مهم تأثیر رفتار غیرالاستیک عناصر مقاوم در کل سازه را، شامل نشود (Ghersa et al., 1998, Stathopoulos et al., 1998). برای مثال در این مدل ها فرض بر این است که، عناصر مقاومتی فقط نیروهای جهت افقی را تحمل کنند؛ بنابراین برای نیروهای عمودی که معمولا ناشی از بارهای ثقیلی و حرکات عمودی زمین است، هیچ ملاحظاتی در نظر گرفته نشده است (Tso et al., 1995). بعضی تحقیقات در سال های اخیر نشان داده اند که همزمان با عمل کردن نیروهای محوری ناشی از بارهای ثقیلی و لرزه ای و همچنین لنگرهای خمشی ناشی از نیروی افقی زمین لرزه، ممکن است رفتار غیرالاستیک عناصر مقاومتی و پاسخ پیچشی آنها تغییر کند (Como 2000). محققینی به اثرات توزیع نامتقارن نیروهای محوری در المان های مقاوم عمودی پرداخته اند (Stefano et al., 2003). برخی نیز تحلیل لرزه ای سازه ها را در اثر نامتقارنی در پلان بررسی کرده اند (Folic et al., 2008, Hans et al., 2014). اخیرا محققینی اثرات اندرکنش غیرخطی اینرسی در سازه یک طبقه با پلان نامتقارن و تشدید داخلی تناسبی ناشی از آن را بررسی کرده اند (Afshar et al., 2011). البته مطالعه بر روی تشدیدهای داخلی نظیر تشدید تناسبی، ترکیبی و ... تحت اندرکنش غیرخطی در سیستمهای مکانیکی



مختلف موضوع تحقیقات بسیاری بوده است (Nayfeh, 2001). از جمله می توان به بررسی تاثیر تشدید ترکیبی در میله های دوار (Hosseini et al., 2009) و پره های توربین بادی (Li, 2012) اشاره کرد. در سال های اخیر، مقالات منتشر شده در مورد مدل های یک طبقه، بر روی رفتار غیر ارتجاعی عناصر مقاوم، اثرات تحریک دو جهته، مدل های با دو جهت نامتقارن، و دیگر مباحثی که در تحقیقات گذشته نادیده گرفته شده، متمرکز شده است. به ویژه رفتار غیر ارتجاعی بیشتر مورد توجه قرار گرفته است، زیرا که این نوع سازه ها تحت زلزله به دلیل شکل پذیری بیشتر و اتلاف انرژی زلزله کمتر آسیب می بینند. در این مقاله ما یک مدل غیرخطی جدیدی را برای سازه های نامنظم ارائه می دهیم که معادلات دیفرانسیل حاکم بر آن در سیستم مختصات چرخشی بدست می آید. ابتدا معادلات حرکت را بدست می آوریم، سپس پاسخ های زمانی و فرکانسی مدل خطی متداول و مدل غیرخطی پیشنهادی را برای سازه مذکور تحت بارهای زلزله و هارمونیک مورد بررسی قرار داده و آنها را با یکدیگر مقایسه می کنیم. در آخر نیز به تحلیل منحنی های نیرو-فرکانس می پردازیم.

## معادلات حرکت

بر مبنای روش متداول، در سیستم مختصات کلی، حرکت طبقه توسط سه درجه آزادی توصیف می شود: جابه جایی در جهت  $X$ ، جابه جایی در جهت  $Y$  و پیچش دورانی طبقه حول محور عمودی  $Z$  در روش پیشنهادی، با در نظر گرفتن مؤلفه های سیستم مختصات متصل به مرکز جرم کف طبقه، به عنوان مؤلفه های تعمیم یافته و نوشتن انرژی های پتانسیل و جنبشی برای تشکیل دادن تابع لاگرانژ، می توان به معادلات حاکم بر حرکت در این سیستم مختصات، با استفاده از روش لاگرانژی دست یافت. سازه یک طبقه نامتقارن یک طرفه را، طبق شکل (۱)، در نظر بگیرید که دیافراگم کف طبقه صلب و با توزیع یکنواخت جرم در آن می باشد و تحریک زلزله به صورت شتاب های انتقالی در دو امتداد  $X$  و  $Y$  سیستم مختصات کلی نصب شده به پایه ساختمان به زمین اعمال می گردد. مرکز سختی عناصر مقاوم با نماد  $C.R.$  نشان داده شده است.



شکل ۱: سیستم مختصات کلی و محلی و مشخصات استاتیکی و دینامیکی؛ (الف) سازه یک طبقه، (ب) سه طبقه متوالی در سازه چندطبقه

طبق شکل (۱-الف) سیستم مختصات کلی  $XYZ$  با مبدا متصل به پایه ساختمان و باراستای ثابت محورها و سیستم مختصات محلی به صورت سیستم چرخان  $xyz$  با مبدا متصل به مرکز جرم طبقه و با محورهای دوران کننده با زاویه پیچش کف طبقه، برابر با  $\theta$ ، در نظر گرفته می شود. درجات آزادی انتقالی و دورانی این سازه در سیستم مختصات کلی به ترتیب با  $u_x$ ،  $u_y$  و  $u_z$  در امتداد محورهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$ ، و در سیستم مختصات چرخان به ترتیب با  $u_x$ ،  $u_y$  و  $u_z$  در امتداد محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  تعریف می گردند. با ادامه حل معادلات لاگرانژ نتیجه زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_x + C_x\dot{u}_x + K_x u_x &= -m(-2\dot{u}_y\dot{\theta} - u_y\ddot{\theta} - u_x\dot{\theta}^2 + \ddot{u}_{gX} \cos \theta + \ddot{u}_{gY} \sin \theta) \\ mr^2\ddot{\theta} + C_\theta\dot{\theta} + (K_R + K_x e_x^2)\theta &+ e_x K_y u_y = 0 \\ m\ddot{u}_y + C_y\dot{u}_y + K_y u_y &= -m(2\dot{u}_x\dot{\theta} - u_x\ddot{\theta} - u_y\dot{\theta}^2 + \ddot{u}_{gX} \sin \theta + \ddot{u}_{gY} \cos \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $\ddot{u}_{gX}$  و  $\ddot{u}_{gY}$  شتاب های انتقالی حرکت زمین در جهات  $X$  و  $Y$ ،  $C_x$ ،  $C_y$  و  $C_\theta$  ضرایب میرایی هستند. همه متغیرها در روابط فوق به صورت پارامترهای محلی وابسته به جهت محورهای  $X$  و  $Y$  تعریف شده اند. شکل (۱-الف) مدل غیرخطی و پارامترهای سازه ای تعریف

شده را نشان می دهد. در این شکل، موقعیت اولیه دیافراگم کف، و وضعیت حرکت های پیچشی و انتقالی آن به ترتیب توسط مستطیلهای نقطه چین، خط چین ضخیم آبی و خط پیوسته قرمز نشان داده شده است. در ادامه با استفاده از یکی از روش های تحلیل آشفستگی به نام روش مقیاس های چندگانه، این معادلات به مجموعه ای از دستگاههای معادلات دیفرانسیل خطی با مراتب زمانی مختلف کاهش یافته و دستیابی به فرم های صریح و تعریف شده ریاضی از پاسخهای غیرخطی سازه میسر گشته و بررسی وضعیت های بحرانی تشدیدهای غیرخطی ممکن و تحلیل پایداری آنها امکان پذیر می گردد.

مدل غیرخطی مشابهی نیز برای سازه های چندطبقه ارائه شده است (شکل ۱-ب). در این مدل به سبب هم مرتبه بودن دوران طبقات که ناشی از هم مرتبه بودن سختی تقریبی عناصر مقاوم آن طبقات می باشد، در هر طبقه، دستگاه مختصات محلی مختص و وابسته به دوران همان طبقه، لحاظ شده است و به تبع آن، عناصر مقاوم سازه ای به صورت فنرها و میراگرهای در راستای مختصات محلی آن طبقه تعریف شده است. این روند در شکل ۱-ب آمده است و مشاهده می شود که درجات آزادی حرکت و سختی عناصر مقاوم در سه طبقه متوالی  $i-1$ ،  $i$  و  $i+1$  در مدل غیرخطی پیشنهادی برای سازه چند طبقه نامنظم در پلان در امتداد محورهای دستگاههای مختصات محلی مختص همان طبقه معرفی گردیده اند. معادلات دیفرانسیل غیرخطی توصیف کننده حرکت مرکز جرم طبقه  $i$ م عبارتند از:

$$\begin{aligned} & m_i (\ddot{u}_{xi}^i - 2\dot{u}_{yi}^i \dot{u}_{xi}^i - \dot{u}_{yi}^i \ddot{u}_{xi}^i - \dot{u}_{xi}^i \dot{u}_{yi}^i + \ddot{U}_{Xg} \cos \theta_i + \ddot{U}_{Yg} \sin \theta_i) + c_{xi}^i \dot{u}_{xi}^i + k_{xi}^i \bar{u}_{xi}^i - k_{xi}^i e_{yi}^i \bar{u}_{yi}^i \\ & - (c_{xx} \cdot \dot{u}_{xi+1}^i - c_{xy} \cdot \dot{u}_{yi+1}^i + c_{x_n} \cdot \dot{u}_{i+1}^i) - (k_{xx} \cdot \bar{u}_{xi+1}^i - k_{xy} \cdot \bar{u}_{yi+1}^i + k_{x_n} \cdot \bar{u}_{i+1}^i) = 0 \\ & m_i r_i^2 \ddot{\theta}_i + k_{\theta_i} \bar{\theta}_i + c_{\theta_i} \dot{\theta}_i - k_{xi}^i e_{yi}^i \bar{u}_{xi}^i + k_{yi}^i e_{xi}^i \bar{u}_{yi}^i - c_{xi}^i e_{yi}^i \dot{u}_{xi}^i + c_{yi}^i e_{xi}^i \dot{u}_{yi}^i \\ & - k_{\theta_i+1} \bar{\theta}_{i+1} - c_{\theta_i+1} \dot{\theta}_{i+1} - k_{x_n} \bar{u}_{xi+1}^i - k_{y_n} \bar{u}_{yi+1}^i - c_{x_n} \dot{u}_{xi+1}^i - c_{y_n} \dot{u}_{yi+1}^i = 0 \quad ( ) \\ & m_i (\ddot{u}_{yi}^i + 2\dot{u}_{xi}^i \dot{u}_{yi}^i + \dot{u}_{xi}^i \ddot{u}_{yi}^i - \dot{u}_{yi}^i \dot{u}_{xi}^i - \ddot{U}_{Xg} \sin \theta_i + \ddot{U}_{Yg} \cos \theta_i) + c_{yi}^i \dot{u}_{yi}^i + k_{yi}^i \bar{u}_{yi}^i + k_{yi}^i e_{xi}^i \bar{u}_{xi}^i \\ & - (c_{yx} \cdot \dot{u}_{xi+1}^i + c_{yy} \cdot \dot{u}_{yi+1}^i + c_{y_n} \cdot \dot{u}_{i+1}^i) - (k_{yx} \cdot \bar{u}_{xi+1}^i + k_{yy} \cdot \bar{u}_{yi+1}^i + k_{y_n} \cdot \bar{u}_{i+1}^i) = 0 \end{aligned}$$

اندیس بالایی بیانگر شماره طبقه و اندیس زیرین بیانگر جهت دستگاه مختصات موردنظر است، و متغیرهای جابجایی نسبی با علامت (-) معرفی شده اند. عبارات غیرخطی سختی  $k_{xx}$ ،  $k_{yy}$ ،  $k_{xy}$ ،  $k_{yx}$ ،  $k_x$  و  $k_y$  و نیز غیرخطی میرایی  $c_{xx}$ ،  $c_{yy}$ ،  $c_{xy}$ ،  $c_{yx}$ ،  $c_x$  و  $c_y$  به صورت توابعی غیرخطی از درجات آزادی انتقالی و دورانی طبقه  $i+1$ م هستند، به طور مثال:

$$k_{xx} = \frac{k_{xi+1}^{i+1} + k_{yi+1}^{i+1}}{2} + \frac{k_{xi+1}^{i+1} - k_{yi+1}^{i+1}}{2} \cos 2\theta_{i+1}^i, \quad k_{xy} = k_{yx} = \frac{k_{xi+1}^{i+1} - k_{yi+1}^{i+1}}{2} \sin 2\theta_{i+1}^i \quad (3)$$

معادلات دیفرانسیل حرکت سازه چندطبقه نشان می دهد که علاوه بر جملات خطی اینرسی انتقالی، سختی و میرایی خطی مختص طبقه، و سختی پیچشی-جانبی همبسته خطی، که در مدل خطی متداول نیز مشاهده می شود، جملات غیرخطی همبسته اینرسی بین درجات آزادی پیچشی-جانبی شامل مؤلفه های شتابهای کوریولیس، مماسی و جانب مرکز، حضور دارند. همچنین برخلاف معادلات حرکت سازه یک طبقه، جملات همبسته غیرخطی سختی و میرایی متعلق به طبقه فوقانی  $i+1$ م نیز در معادلات حرکت سازه چندطبقه قابل مشاهده است. تحلیل آشفستگی بر روی پاسخهای تقریبی مرتبه اول، دینامیک غیرخطی سازه، تحلیل پایداری پاسخهای لرزه ای سازه نامتقارن و بررسی پدیده های غیرخطی نظیر اشباع، تشدید ترکیبی و... می باشد.

## تحلیل آشفستگی و تشدید ترکیبی

جهت دست یابی به یک بسط مجانبی و یکنوا معتبر از پاسخ روابط (۱)، با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه و هم چنین استفاده از متغیرهای بی بُعد و انجام محاسبات و اعمال برخی تغییرات دیگر و متحد قراردادن ضریب توانهای مشابه  $V$  روابط زیر بدست می آید:

$$:O(V)$$

$$D_0^2 u_{x1} + u_{x1} = 0, D_0^2 u_{y1} + \Omega_x^2 u_{y1} + \Omega_y^2 e_{yx} u_{y1} = 0, D_0^2 u_{y1} + \Omega_y^2 u_{y1} + \Omega_x^2 e_{xy} u_{y1} = 0 \quad (4)$$

$$:O(V^2)$$



$$\begin{aligned}
D_0^2 u_{x_2} + u_{x_2} &= -2D_0 D_1 u_{x_1} - 2D_0 \langle_x u_{x_1} + 2D_0 u_{y_1} D_{0n_1} + u_{y_1} D_{0n_1}^2 - A \cos(\Omega T_0) \cos S \\
D_0^2 u_{n_2} + \Omega_n^2 u_{n_2} + \Omega_y^2 e_x u_{y_2} &= -2D_0 D_{1n_1} - 2D_0 \langle_n \Omega_n n_1 \\
D_0^2 u_{y_2} + \Omega_y^2 u_{y_2} + \Omega_y^2 e_x u_{n_2} &= -2D_0 D_{1y_1} - 2D_0 \langle_y \Omega_y u_{y_1} - 2D_0 u_{x_1} D_{0n_1} - u_{x_1} D_{0n_1}^2 \\
&- A \cos(\Omega T_0) \sin S
\end{aligned} \tag{5}$$

در شرایط تشدید ترکیبی که بیان گر وجود یک رابطه جبری میان چند فرکانس طبیعی سازه برای مثال  $(\Omega_2 - \Omega_1 \approx 1)$  است، با اعمال تحریک خارجی در فرکانسی نظیر یکی از فرکانسهای طبیعی سازه  $(\Omega_2, \Omega_1)$ ، دیگر درجات آزادی و مودال نظیر هرفرکانس طبیعی به طور مستقل از یکدیگر عمل نمی‌کنند، بلکه پاسخ یک درجه آزادی سازه با پاسخهای درجات آزادی دیگر که نظیر فرکانسهای طبیعی دیگر سازه است، اندرکنش نموده و آنها را تحت تاثیر قرار می‌دهد. که در این مقاله  $\Omega_2$  و  $\Omega_1$  فرکانسهای همبسته طبیعی سازه برای دو متغیر همبسته  $u_y$  و  $u_n$  هستند و در اینجا فرض می‌گردد که  $\Omega_1$  کمتر از  $\Omega_2$  است.

از معادلات تقریبی مرتبه اول، یعنی روابط (۴)، می‌توان دید که  $u_{x_1}$  مستقل از دیگر متغیرها یعنی  $u_{y_1}$  و  $u_{n_1}$ ، که به طور خطی با یکدیگر همبسته اند، می‌باشد. معادله مشخصه دستگاه دو معادله همبسته توسط دترمینان ماتریس ضرایب آنها بدست می‌آید، جواب عمومی روابط (۴) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$u_{x_1} = A_x e^{iT_0} + cc, \quad u_{y_1} = A_1 e^{i\Omega_1 T_0} + A_2 e^{i\Omega_2 T_0} + cc, \quad u_{n_1} = A_3 e^{i\Omega_1 T_0} + A_4 e^{i\Omega_2 T_0} + cc \tag{6}$$

که در آن  $C, c$  بر مزدوج مختلط اشاره دارد. جایگذاری  $u_{y_1}$  و  $u_{x_1}$  و  $u_{n_1}$  از روابط (۴) و استفاده از شرایط لازم برای وقوع تشدید ترکیبی تفاضلی، منجر به عبارات جداساز<sup>۱</sup> می‌گردد. عبارات جداساز حاوی نقاط ناپوستگی و تکین<sup>۲</sup> نظیر شرایط وقوع تشدید هستند، که با نزدیک شدن به این نقاط تکین، جواب واقعی سیستم از پاسخ بدست آمده از معادلات تقریب مرتبه دوم جدا شده و فاصله می‌گیرد. شرایط حل پذیری با مساوی قرار دادن این عبارات تکین برابر صفر تامین می‌گردد. به منظور تشریح چگونگی حالت تشدید ترکیبی پارامترهای آشوب ساز ذیل تعریف می‌گردند:

$$\Omega_2 - \Omega_1 = 1 - \nu \dagger_1, \quad \Omega = 1 + \nu \dagger_2 \tag{7}$$

که در آن  $\dagger_1$  و  $\dagger_2$  به ترتیب پارامترهای آشوب ساز داخلی و خارجی هستند. با اعمال بعضی تغییرات و ساده سازی، دستگاهی از معادلات دیفرانسیل مستقل و خودکار<sup>۴</sup> به فرم قطبی بدست می‌آیند که تحلیل عددی بر اساس این معادلات می‌باشد.

## تحلیل عددی

اکنون، ما پاسخ های روش متدوال و روش پیشنهادی را برای رفتار یک سازه نامتقارن تحت زلزله کوبه و نیروی هارمونیک بررسی می‌کنیم. طبق معادله (۱) تمام پاسخ ها و مختصات سازه به صورت مقادیر بدون بُعد تعریف شده اند که از جمله آنها نسبتهای فرکانسی جانبی و پیچشی  $\Omega_y$  و  $\Omega_R$ ، نسبت خروج از مرکزیت  $e_x / r$  هستند. فرکانس طبیعی جهت متقارن X سازه برابر  $2f \text{ rad/s}$  در نظر گرفته شده است. با محاسبات و ساده سازیها، دو رابطه اصلی زیر برای بدست آوردن مشخصات اصلی بدست می‌آید:

$$(\Omega_R - \Omega_y)^2 + \Omega_y^2 e_x^2 = 1, \quad \Omega_n^2 = \Omega_R^2 + \Omega_y^2 e_x^2 \tag{8}$$

برای سازه مذکور  $\Omega_y$ ،  $\Omega_n$  و  $e_x$  به ترتیب برابر ۱.۱، ۱.۷۷ و ۱.۳ انتخاب کرده ایم. این پاسخ ها برای ۳ درجه آزادی حرکت مرکز جرم طبقه سازه، یعنی  $u_x$ ،  $u_y$  و  $u_n$  در حوزه ی زمان و فرکانس بررسی می‌گردند. قابل ذکر است که نسبت میرایی سازه برای همه ی حالات برابر ۲٪ در نظر گرفته شده است.

<sup>1</sup>Secular terms

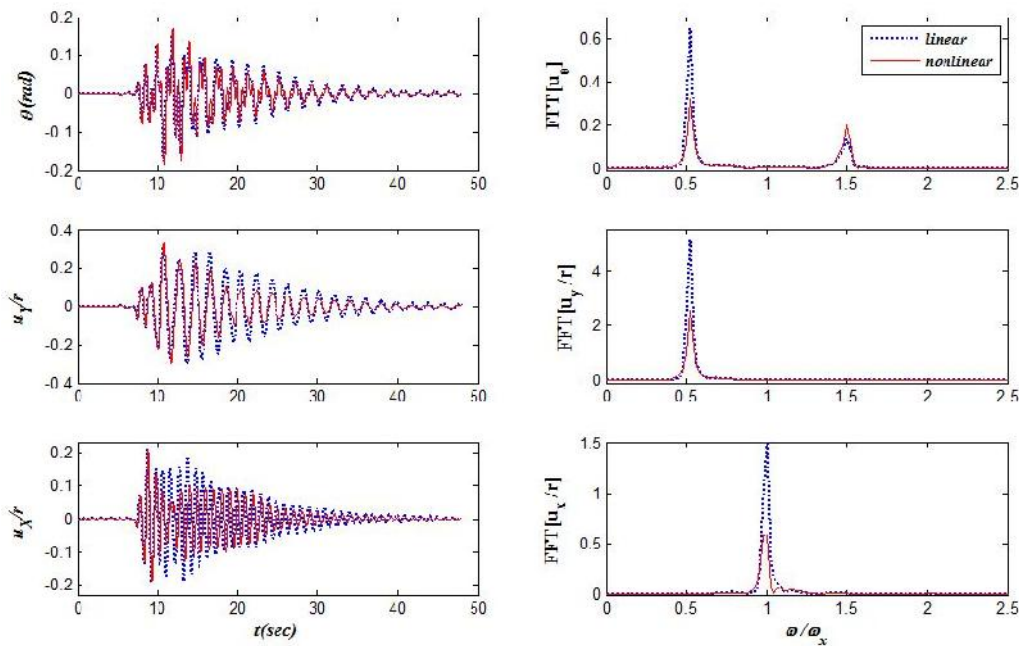
<sup>2</sup>Singularity

<sup>3</sup>Detuning parameters

<sup>4</sup>Autonomous



پاسخ زمانی و فرکانسی سازه تحت تحریک زلزله کوبه با زاویه ورودی ۶۰ درجه در شکل (۲) نمایش داده شده است. مشاهده می شود پاسخ های زمانی دو مدل خطی و غیر خطی، تا یک لحظه‌ی مشخص برابر بوده و از آن لحظه به بعد اختلاف رخ می دهد و برهم منطبق نیست. محتوای فرکانسی نیز برای مدل پیشنهادی نشان می دهد که پیک جابه جایی  $U_x$  و  $U_y$ ، نسبت به مقدار نظیرش در مدل خطی برای فرکانس های اول سازه کاهش می یابد. که این کاهش دلیل بر انتقال انرژی بین مدها به خاطر وجود جملات همبسته غیر خطی می باشد. هم چنین مشاهده می شود، علیرغم اینکه سازه در فرکانس طبیعی خود ( یعنی نسبت فرکانسی جهت متقارن و نسبت فرکانسی  $\Omega_1, \Omega_2$  در جهات پیچشی-جانبی) دارای بیشترین پاسخ می باشد، ولی پیک پاسخ ها در دو مدل بر هم منطبق نیست و در فرکانس جهت متقارن و فرکانس اول پیچشی-جانبی، مدل خطی بیشتر از مدل غیر خطی بوده در حالیکه در فرکانس دوم پیچشی-جانبی پیک خطی پاسخ کمتر از مقدار غیر خطی متناظر آن است، که این امر دلیل بر انتقال انرژی میان مدها می باشد.



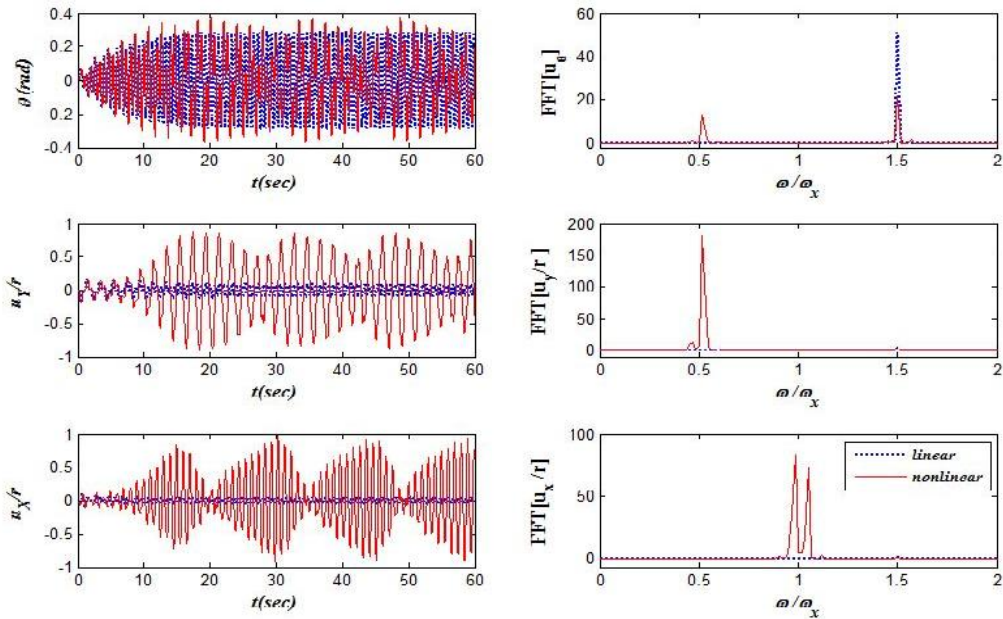
شکل ۲: پاسخ زمانی و فرکانسی سازه تحت تحریک زلزله کوبه با زاویه ۶۰ درجه

در شکل (۳) پاسخهای زمانی و فرکانسی همان سازه با نسبت دامنه ۰.۰۰۵ و زاویه ورودی تحریک  $S = 60^\circ$  با فرکانس تحریک  $\Omega = \Omega_2$  نشان داده شده است، مشاهده می شود که پاسخ  $U_x$  مدل خطی بسیار کوچک است، اما به خاطر وجود دو پیک در دو طرف عدد ۱ در نمودار فرکانسی، پاسخ  $U_x$  مدل غیرخطی به حالت پدیده ضربان<sup>۵</sup> ظاهر شده است. در جهت  $U_y$  نیز پاسخ مدل غیرخطی به صورت شبه پردیودیک است که به دو قسمت تقسیم میشود: پیک های بزرگ با فرکانس  $\Omega_1$  و پیک های کوچک با فرکانس  $\Omega_2$  ظاهر شده است، در جهت  $U_y$  نیز همانطور که مشاهده می کنید پاسخ مدل خطی بسیار کوچک می باشد. در بخش فرکانسی نیز مشاهده می کنیم که در پاسخ  $U_x$  دو پیک در دو طرف ۱ در حالت غیرخطی داریم و پدیده اشباع در پاسخ فرکانسی  $U_x$  در فرکانس  $\Omega = \Omega_2$  رخ داده که انتقال انرژی به فرکانس  $\Omega_1$  در جهت  $U_y$  و فرکانس  $\Omega_x = 1$ ، در جهت  $U_x$  صورت گرفته است.

از بحث فوق می توان اینگونه نتیجه گرفت که از همان ابتدای تحریک سازه، تمامی درجات آزادی در مدل غیرخطی، برخلاف مدل خطی، به طور همبسته عمل می کنند، به گونه ای که تحت تحریک هارمونیک با فرکانس تنظیم شده در فرکانس همبسته  $\Omega = \Omega_2$ ، بخشی از انرژی تحریک جذبی توسط درجات آزادی  $U_y$  و  $U_x$  به صورت پاسخ هارمونیک با فرکانس طبیعی پایین تر  $\Omega = \Omega_1$ ، در همین درجات آزادی بروز می کند و مابقی انرژی تحریک جذبی توسط  $U_y$  و  $U_x$ ، به درجه آزادی  $U_x$ ، تحت پاسخ هارمونیک با فرکانس طبیعی بالاتر  $\Omega_x = 1$ ، منتقل می گردد. این رفتار مدل غیرخطی را پدیده انتقال انرژی می نامند، که ناشی از حضور جملات همبسته اینرسی غیرخطی در معادلات غیرخطی است.

<sup>5</sup> Beating





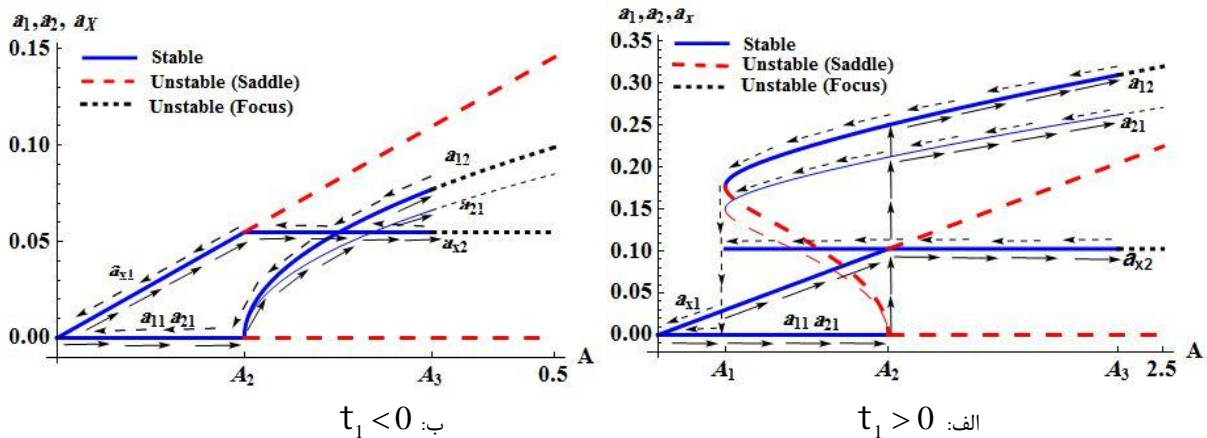
شکل ۳: پاسخ زمانی و فرکانسی سازه تحت تحریک تناوبی با نسبت دامنه ۰.۰۰۵ و فرکانس تحریک  $\Omega = \Omega_2$

در شکل (۴)، تغییرات دامنه های مدی  $a_1$ ،  $a_x$  و  $a_2$  پاسخ های مرتبه اول در برابر دامنه تحریک،  $A$ ، رسم شده اند. در شکل (۴-الف)، به ازای  $t_1 > 0$ ، منحنی های نیرو-پاسخ را بررسی می کنیم، که عبارتت شامل فرکانسها و میرایی سازه و برابر مقدار زیر است:

$$t_1 = \frac{\sqrt{\langle_1 \Omega_1 \langle_2 \Omega_2}}{\langle_1 \Omega_1 + \langle_2 \Omega_2} [t_2 (t_1 + t_2) - \langle_x (\langle_1 \Omega_1 + \langle_2 \Omega_2)] \quad ( )$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{\langle_1 \Omega_1 \langle_2 \Omega_2}}{\langle_1 \Omega_1 + \langle_2 \Omega_2} [t_2 (\langle_1 \Omega_1 + \langle_2 \Omega_2) - \langle_x (t_1 + t_2)]$$

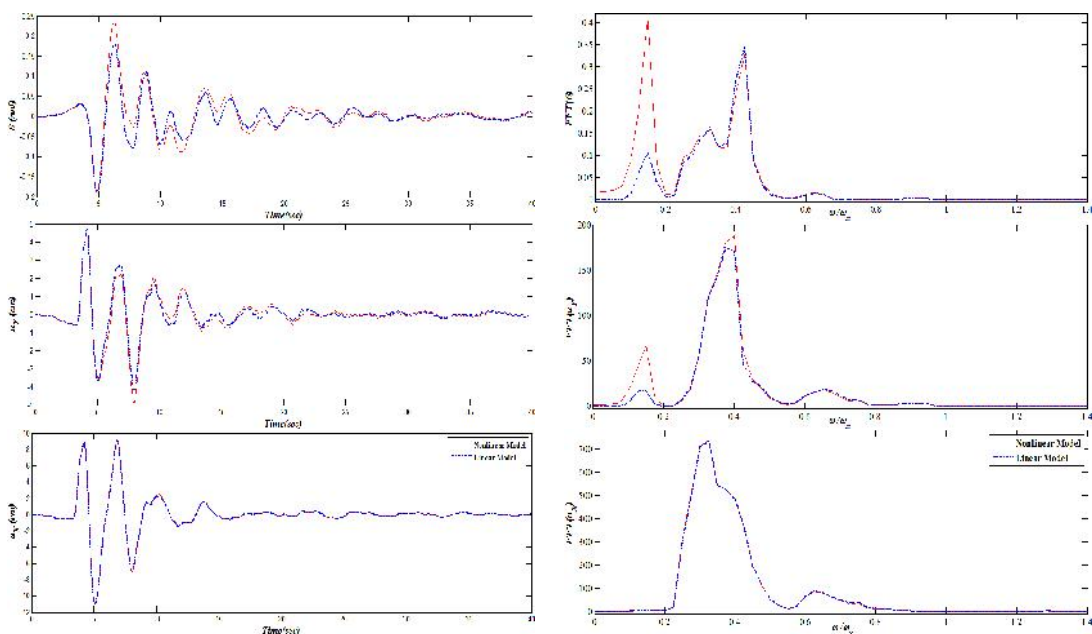
هنگامی که  $A$  از صفر افزایش می یابد، در ابتدا  $a_{x1}$  به طور خطی با  $A$ ، زیاد می شود در حالی که  $a_1$  و  $a_2$  صفر باقی می ماند. این روند با نتایج داده شده با پاسخ مدل خطی معمول همخوانی دارد. هنگامی که  $A_1 < A < A_2$  قرار می گیرد بازم  $a_x$ ، به طور خطی با  $A$ ، زیاد می شود در حالی که  $a_1$  و  $a_2$  متناظر با پاسخ های تک مد،  $a_{x1}$  و  $a_{11}$  صفر باقی می ماند.



شکل ۴: تغییرات منحنی های نیرو-پاسخ  $a_1$ ،  $a_x$  و  $a_2$  در مقابل  $A$  برای سازه با مشخصات  $\Omega_x = \Omega_y = \Omega = 1$

$$t_1 = 0.1, t_2 = -0.2$$

بافزایش  $A$  به فراتر از  $A_2$  ، مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  ، به طور ناگهانی از یک مقدار صفر به منحنی متناظر بالاپرش می کند و سپس به طور پیوسته هم راستا با منحنی نشان داده شده به صورت  $a_{12}$  و  $a_{22}$  ، افزایش می یابد و مجدداً به ازای  $A > A_3$  ،  $a_{x2}$  ،  $a_{12}$  و  $a_{22}$  ، پایداریشان را از دست می دهند. هنگامی که  $A$  در روند پیمایشی رو به پایین کاهش می یابد،  $a_1$  و  $a_2$  ، به طور تدریجی در راستای منحنی  $a_{12}$  و  $a_{22}$  ، کاهش می یابد در حالی که  $a_x$  در جهت محور  $a_{x2}$  تا هنگامی که  $A = A_1$  ثابت می ماند. کاهشی بیشتر در مقدار  $A$  باعث می شود  $a_1$  و  $a_2$  ، از نقطه خمیدگی در منحنی  $a_{12}$  و  $a_{22}$  ، به صفر و همزمان با آن  $a_x$  به  $a_{x1}$  تقلیل پیدا کنند و سپس تغییرات نزولی خطی را دنبال می کند. به محض کاهش بیشتر  $A$  ، مدهای  $a_1$  ،  $a_x$  و  $a_2$  به سوی مبدا حرکت می کنند. روند بالا و پایین تغییرات مدی  $a_1$  ،  $a_x$  و  $a_2$  با پیکان های جهت دار در شکل ها نشان داده شده است. علاوه بر پدیده اشباع، این اشکال در بازه  $A_1 < A < A_2$  پدیده های پرش و هیستریزیس را نیز نشان می دهد. شکل (۴-ب) نیز همانند حالت (۴-الف) می باشد با این تفاوت که در این حالت مقدار  $t_1$  منفی می باشد. همانطور که می بینید در ابتدا  $a_x$  به طور خطی با  $A$  ، زیاد می شود در حالی که  $a_1$  ،  $a_2$  متناظر با پاسخ های تک مدی،  $a_{x1}$  و  $a_{11}$  صفر باقی می ماند. هنگامی که  $A$  ، به فراتر از  $A_2$  افزایش می یابد، پاسخ خطی پایداری را از دست می دهد و پاسخ های دو مدی  $a_{x2}$  ،  $a_{12}$  و  $a_{22}$  متناظر با پاسخ های غیر خطی به دست می آیند. به عبارت دیگر، دامنه  $a_x$  مد بالاتر، که به طور مستقیم از طریق یک تشدید خارجی تحریک می شود، اشباع می گردد و انرژی اضافی که دریافت می کند به مدهای پایین تر،  $a_1$  و  $a_2$  ، فرستاده می شود که به طور غیر مستقیم از طریق تشدید داخلی  $\Omega_2 - \Omega_1 = 1$  تحریک می شود. لذا، پدیده نمایش داده شده در شکل (۴-ب) به عنوان پدیده اشباع شناخته می شود. در نهایت پاسخ زمانی و فرکانسی سازه پنج طبقه تحت تحریک زلزله تریج در شکل (۵) نمایش داده شده است. زاویه ورود تحریک و نسبت میرایی سازه به ترتیب برابر ۳۰ نسبت به محور  $X$  و ۲٪ در نظر گرفته شده است. مشاهده می شود پیک پاسخ پیچشی و جانبی سازه در نواحی فرکانس طبیعی اول و دوم پیچشی-جانبی، یعنی  $\gamma_1 = 0.1423$  و  $\gamma_2 = 0.4154$  ، در مدل غیرخطی بیش از مقدار نظیرش در مدل خطی می باشد. این افزایش پیک پاسخ مدل غیرخطی نسبت به مقدار نظیر مدل خطی در فرکانس اول، حتی فراتر از سایر پیک پاسخها در فرکانسهای دیگر می رود. این رفتار ناشی از انتقال انرژی از مدهای طبیعی با فرکانس بالای جهت متقارن سازه، به مدهای طبیعی پیچشی-جانبی با فرکانسهای پایین تر و برابر نصف فرکانسهای جهت متقارن است.



شکل ۵: پاسخ زمانی و فرکانسی طبقه پنجم سازه پنج طبقه تحت تحریک زلزله تریج بازویه ۳۰ درجه

## نتیجه گیری

در این تحقیق مدل دینامیکی جدیدی برای رفتار لرزه ای سازه هایی با پلان نامنظم ارائه شد و با مدل معمولی مقایسه گردید. در این مدل جدید، معادلات دیفرانسیل حاکم سازه های نامنظم بر اساس یک دستگاه مختصات چرخشی متصل به مرکز جرم طبقه، فرمول بندی شد. علاوه بر آن، مشخصات دینامیکی طبقه، به عبارت دیگر سختی و میرایی به عنوان متغیرهایی وابسته به جهت گیری دستگاه مختصات چرخشی تعریف شده اند. بنابراین، مدل ارائه شده غیرخطی علاوه بر همبستگی سختی خطی در نظر گرفته شده در مدل های خطی معمول، شامل

همبستگی اینرسی غیرخطی پاسخ های پیچشی و جانبی نیز است. با استفاده از یکی از روشهای آشوب (روش مقیاسهای چندگانه) معادلات مودال این سازه را بدست آوردیم، و به تحلیل پایداری آن پرداختیم و در نهایت با توجه با رابطه پیشنهادی بدست آمده، سازه یک طبقه را تحت زلزله کوبه و نیروی هارمونیک و سازه پنج طبقه را تحت زلزله نرتریح مطالعه نمودیم. در نهایت به تحلیل پایداری سازه توسط منحنی های نیرو-فرکانس پرداخته و سپس بروز برخی از پدیده های غیرخطی نظیر اشباع، انتقال انرژی بین مدها، در مدل غیرخطی این نوع سازه ها بررسی شد. نتایج تحلیل نشان دهنده عدم انطباق پاسخهای دو مدل خطی و غیرخطی پیشنهادی و حتی بحرانی تر بودن پاسخهای مدل اخیر است. از اینرو، لازم است که اثرات غیرخطی اینرسی یا هندسی سازه نامتقارن در طراحی لرزه ای این نوع سازه لحاظ گردد.

## مراجع

- Amin Afshar M and Amini F (2012) *Non-linear dynamics of asymmetric structures under 2: 2: 1 resonance*, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(7): 823-835
- Amini F and Amin Afshar M (2011) *Saturation in asymmetric structures under internal resonance*, *Acta mechanica*, 221(3-4): 353-368
- Bui Q.-B., and Hans S., and Boutin C. (2014) *Dynamic behaviour of an asymmetric building: Experimental and numerical studies*, *Case Studies in Nondestructive Testing and Evaluation*, 38- 48
- Chandler AM (1986) *Building damage in Mexico city earthquake*. *Nature* ;320(6062):497-501
- Como M, De Stefano M and Ramasco R (2000) Seismic response of yielding systems under three-component earthquakes. Proc. of the 12<sup>th</sup> World Conference of Earthquake Engineering, Auckland New Zeland
- European Conference of Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam
- Gherzi A and Rossi PP (1998) Behaviour of in plan irregular buildings subjected to bi- directional ground motions, Proc. of the 11<sup>th</sup> European Conference of Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam
- Goel RK and Chopra AK (1991) Inelastic seismic response of one-story, asymmetric-plan systems: effects of system parameters and yielding, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* ,20,201-222
- Hosseini SAA and Khadem SE (2009) Combination resonances in a rotating shaft, *Mechanism and Machine Theory*, 44: 1535-1547
- Kang-Ning L (1996) Nonlinear earthquake response of R/C space frame with triaxial interaction. Proc. Of 10<sup>th</sup> World Conference of Earthquake Engineering, Madrid, Spain
- Ladjinovic DjZ and Folic RJ (2008) Seismic Analysis of Asymmetric in Plane Building. *The 14<sup>th</sup> Woeld Conference Earthquake Engineering, Beijing, China*
- Li L, Li YH, Lv HW and Liu QK (2012) Flapwise dynamic response of awind turbine blade insuper harmonic resonance, *J,SoundVib*.331(17) 4025-4044
- Nayfeh AH (2001) Combination Resonance of a Centrally Clamped Rotating Circular Disk, *Journal of Vibration and Control*, 7: 979-1011
- Rosenblueth E and Meli R (1985): *Causes and effects Concrete International* ;8:23-34
- Rutenberg A(1998) EAEE TASK Group (TG) 8: Behaviour of irregular and complex structures – state of the art report: seismic nonlinear response of code-designed asymmetric structures. Proc. Of the 11 European Conference of Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam
- Stathopoulos KG & Anagnostopoulos SA (1998) Elastic and inelastic torsion in buildings. Proc. of the 11<sup>th</sup> European Conference of Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam
- Stefano M and Pintucchi BL (2003) Mass-eccentric building structures: effects of asymmetric distribution of axial forces in vertical resisting elements. *Pacific Conference on Earthquake Engineering*



Tso WK and Smith RSH (1999) Re-evaluation of seismic torsional provisions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 28, 899-917

Tso WK and Wong CM (1995) *Evaluation of the torsional provisions in Eurocode*. Proc. of the 10<sup>th</sup>