

زلزله و تخمین مسیر رشد ترک در توده‌های سنگی تحت بار برشی خالص

جواد اکبر دوست

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، کرج، ایران
Akbaridoost@khu.ac.ir

امیر راستین

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، کرج، ایران
Amirrastin1989@gmail.com

کلید واژه‌ها: مسیر رشد ترک، مکانیک شکست، جملات مرتبه بالای سری تنش، المان محدود، سنگ.

چکیده

سنگ که به عنوان ماده اصلی موجود در معادن، سدها، چاه‌های نفت و گاز و بسیاری دیگر از سازه‌های مهندسی مورد مطالعه محققین است، ساختاری شکننده دارد. این شکنندگی ناشی از وجود ریز ترک‌های فراوان در سنگ می‌باشد که تحت اثر بارگذاری‌های مختلف همانند زلزله، شروع به رشد می‌کنند و باعث خرابی سازه‌های مهندسی و تحمیل هزینه‌های سنگین می‌شوند. لذا می‌توان با پیش‌بینی مسیر رشد ترک از خرابی‌های احتمالی جلوگیری کرد. در این مقاله به بررسی مسیر رشد ترک در سنگ در حالت مود II خالص پرداخته شده‌است. برای تخمین مسیر رشد ترک از معیار بیشینه تنش محیطی با در نظر گرفتن جملات مرتبه بالاتر بسط سری تنش استفاده شده‌است. در انتها نیز مسیر رشد ترک با استفاده از معیارهای متفاوت بررسی شده و میزان تاثیر جملات مرتبه بالاتر بسط سری تنش در تخمین مسیر رشد ترک نشان داده شده است.

مقدمه

زلزله به عنوان یک نوع بارگذاری می‌تواند باعث خرابی سازه‌های سنگی شود. به دلیل وجود ترک‌های فراوان در ساختار سنگ‌ها، این ماده دارای مقاومت کمتری نسبت به بارگذاری‌های مکانیکی مختلف همچون زلزله می‌باشد. لذا برای جلوگیری از وارد آمدن خسارات و هزینه‌های سنگین، باید همواره یکی از موارد مورد توجه مهندسیین معدن و عمران باشد. در طراحی سازه‌های مهندسی یکی از موارد مهم مورد بررسی در قطعات سنگی تخمین مسیر رشد ترک می‌باشد. برای بررسی رفتار شکست و همچنین تخمین مسیر رشد ترک در قطعات سنگی از مفاهیم علم مکانیک شکست استفاده می‌شود. مکانیک شکست یکی از شاخه‌های تخصصی مهندسی مکانیک می‌باشد که به بررسی قطعات ترک دار تحت بارگذاری‌های مختلف می‌پردازد و به صورت متناوب توسط مهندسیین معدن، مهندسیین عمران و پژوهش‌گران مختلف برای بررسی مسیر رشد ترک مورد استفاده قرار گرفته است. پیدایش ترک در یک قطعه معمولاً در جهات مختلف می‌باشد و ممکن است ترک نسبت به بارگذاری دارای زوایای مختلف باشد. در صورتی که جهت بارگذاری و ترک نسبت به هم به گونه‌ای باشند که صفحات ترک بدون هیچ لغزشی نسبت به یکدیگر، باز شوند حالت مود I خالص اتفاق افتاده است و همچنین در صورتی که صفحات ترک نسبت به یکدیگر لغزش بدون باز شدگی داشته باشند حالت مود II خالص رخ داده است. در صورتی که مود I و II به طور هم زمان رخ دهند، اصطلاحاً به این حالت مود ترکیبی I/II گفته می‌شود. تاکنون پژوهشگران بسیاری به بررسی مواد سنگی از منظر مکانیک شکست پرداخته‌اند. برای پیش‌بینی مسیر رشد ترک در مواد شبه‌ترد همچون سنگ‌ها در حالت الاستیک خطی روش‌های مختلفی وجود دارد که یکی از آن روش‌ها روش تحلیلی می‌باشد. روش‌های تحلیلی همچون معیار بیشترین تنش محیطی^۱ (Erdogan and Sih 1963)، معیار کمترین چگالی انرژی کرنشی^۲ (Sih 1974)، معیار بیشترین نرخ آزاد سازی انرژی^۳ (Hussain and Underwood 1974) و همچنین مدل ناحیه چسبناک^۴ (Elices, et al. 2002) به صورت متناوب توسط محققان برای پیش‌بینی مقاومت ترک و همچنین آغاز رشد ترک در بارگذاری مرکب استفاده شده‌اند. این معیارها معمولاً بر اساس تنش، کرنش و انرژی در نوک ترک عمل می‌کنند و اغلب از ضریب شدت تنش‌ها (K_I ، K_{II}) برای پیش‌بینی مسیر رشد ترک استفاده می‌کنند. همچنین، محققین مختلفی از روش‌های عددی برای تخمین مسیر رشد ترک استفاده کرده‌اند. این روش‌ها عموماً بر پایه مکانیزم‌های تخریب همانند مدل چسبناک می‌باشد

1-maximum tangential stress (MTS)

2-minimum strain energy density (SED)

3-maximum energy release rate

4-cohesive zone model



زیداکیس و همکارانش (Xeidakis, et al. 1997)، لین و همکارانش (Lin, et al. 2009)، جیان و سایچینگ (Jian-An and Sijing 1985) و سانگ و همکارانش (Song, et al. 2004) از جمله محققینی هستند که مسیر رشد ترک مواد شبه ترد همانند سنگ و بتن را با استفاده روش‌های عددی و نیمه عددی بررسی نموده‌اند. در این راستا، دوروش المان محدود توسعه یافته و استفاده از المان چسبناک کاربرد بیشتری نسبت به سایر روش‌ها دارند (Xu Y and Yuan H, 2011)، (Lens NL et al., 2009). همچنین، برای بررسی آزمایشگاهی رشد ترک در مواد شبه ترد، از قطعات مختلفی همچون قطعه خمش سه نقطه‌ای^۵، خمش چهار نقطه‌ای^۶، قطعه‌ی دیسکی شکل با ترک مرکزی^۷ و قطعه‌ی نیم دیسک با ترک لبه‌ای^۸ استفاده شده است. البته، با توجه به خواص ریز ساختاری مواد شبه ترد، بیشترین تحقیقات انجام شده در زمینه رشد ترک در مواد شبه ترد، توسط قطعات دیسکی شکل صورت گرفته است. به عبارت دیگر، متداول‌ترین قطعه مورد استفاده برای انجام تست‌های شکست برای بررسی مسیر رشد ترک قطعه دیسکی شکل با ترک مرکزی و نیم دیسک با ترک لبه‌ای است. این دو قطعه علیرغم هندسه و شرایط بارگذاری ساده، می‌توانند رنج وسیعی از بارگذاری کشش-برش را پوشش دهند. چن و همکارانش (Chen, et al. 1998) با استفاده از قطعه دیسک برزلی تست‌های مختلف شکست را انجام داده و با استفاده از روش عددی المان مرزی به شبیه سازی مسیر رشد ترک پرداخته‌است. لیو و همکارانش (Liu, et al. 2007) نیز از روش عددی برای مدل کردن بارگذاری مرکب در سنگ ناهمگن با استفاده از قطعه دیسک برزلی استفاده کرده اند. جیا و همکارانش (Jia, et al. 1996) یک سری تست‌های بارگذاری مرکب با استفاده از قطعه دیسک با ترک مرکزی برای به بدست آوردن مسیر رشد ترک انجام داده اند. اخیراً علیها و همکارانش (Aliha, et al. 2010) تست‌های مختلفی روی مواد سنگی با استفاده از قطعه دیسک با ترک مرکزی و قطعه نیمه دیسک با ترک لبه‌ای انجام داده‌اند. در این مقاله به بررسی مسیر رشد ترک در نمونه سنگی با استفاده از روش گام به گام و همچنین با توجه به مبانی معیار MTS پرداخته می‌شود. در روش گام به گام زاویه شروع شکست توسط مبانی معیار MTS تخمین زده شده و سپس با ازدیاد طول ترک در راستای پیش‌بینی شده، ترک به اندازه‌ی کوچکی رشد داده می‌شود. در مرحله‌ی بعدی زاویه‌ی شروع شکست برای قطعه ترکدار با طول و هندسه‌ی ترک جدید محاسبه شده و دوباره ترکی در راستای پیش‌بینی شده به نوک ترک اضافه می‌گردد. این روند تا شکست نهایی قطعه ادامه می‌یابد. به منظور بررسی افزایش دقت در این روش، از جملات مرتبه بالاتر بسط سری تنش ویلیامز (Williams 1956) برای محاسبه تنش محیطی اطراف ترک استفاده می‌شود (Ayatollahi and Aliha 2008)، (Akbaridoost and Ayatollahi 2014). در انتها نیز اختلاف بین مسیرهای رشد ترک تخمین زده شده و تاثیر جملات مرتبه بالاتر بسط سری تنش در تخمین مسیر رشد ترک نشان داده خواهد شد.

معیارهای شکست

یکی از معیارهای بررسی شکست در قطعات ترک دار، معیار بیشینه تنش محیطی (MTS) (Erdogan and Sih 1963) می‌باشد. براساس این معیار ترک در راستای بیشینه مقدار تنش محیطی رشد می‌کند. همچنین رشد ترک زمانی آغاز می‌شود که مقدار تنش محیطی در راستای بیشینه خود و در فاصله مشخصی از نوک ترک (r_c) به حد بحرانی خود ($\sigma_{\theta\theta}$) برسد. برای محاسبه تنش محیطی می‌توان از حل ویلیامز استفاده نمود (Williams 1956). ویلیامز با حل معادله بای‌هارمونیک حوزه‌ی تنش اطراف ترک در راستای محیطی ($\sigma_{\theta\theta}$) را به صورت یک بسط سری محاسبه نمود:

$$\sigma_{\theta\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} A_n r^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - \\ & \left(\frac{n}{2} + (-1)^n \right) \cos\left(\frac{n}{2} + 1\right)\theta \end{aligned} \right\} + \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{n}{2} B_n r^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - \\ & \left(\frac{n}{2} - (-1)^n \right) \sin\left(\frac{n}{2} + 1\right)\theta \end{aligned} \right\}$$

که در این رابطه، r و مختصات قطبی نوک ترک می‌باشند. همچنین A_n و B_n ضرایب مربوط به جمله‌ی n ام می‌باشند که توسط تحلیل اجزا محدود قابل محاسبه هستند. بر اساس معیار MTS رشد ترک در زاویه‌ای که مقدار تنش محیطی بیشترین مقدار را داشته باشد رخ می‌دهد که از منظر ریاضی زاویه‌ای که در آن بیشینه مقدار را داشته باشد. بنابراین با مشتق گیری از رابطه (۱) و برابر صفر قرار دادن آن می‌توان زاویه‌ی رشد ترک را محاسبه نمود (حل رابطه (۲)).

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \quad (2)$$

5-three point bending

6-four point bending

7-central-cracked circular disk (CCCD)

8-semi-circular bending (SCB)



چنانچه جمله‌ی اول از بسط سری تنش در نظر گرفته شود (طبق معیار MTS کلاسیک ارائه شده توسط اردوگان و سیه (Erdogan and Sih 1963) و در رابطه (۲) جاگذاری گردد، رابطه (۳) برای محاسبه زاویه رشد ترک حاصل می‌شود.

$$K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (3)$$

که در این رابطه K_I و K_{II} به ترتیب برابر با ضرایب شدت تنش در مود I و II بوده و با استفاده از رابطه (۴) و (۵) قابل محاسبه می‌باشند.

$$K_I = A_1 \sqrt{2f} \quad (4)$$

$$K_{II} = B_1 \sqrt{2f} \quad (5)$$

همانطور که در رابطه‌ی (۱) ملاحظه می‌شود در جمله‌ی اول رابطه‌ی مربوط به تنش محیطی، ترم $r^{-0.5}$ ظاهر شده است. لذا در نزدیکی نوک ترک، که مقدار r به سمت صفر میل می‌کند، برای به دست آوردن تنش محیطی تنها به جمله اول که دارای ترم غالب $r^{-0.5}$ می‌باشد بسنده می‌شود. اما در اکثر موارد در انتهای ترک بر اثر بارگذاری یک ناحیه‌ی تخریب به وجود می‌آید که اندازه‌ی این ناحیه در مواد شبه ترد همچون سنگ نسبتاً بزرگ است. بنابر این فاصله بحرانی که به ناحیه‌ی تخریب وابسته است، در مواد سنگی نسبتاً بزرگ می‌باشد و برای تخمین دقیق‌تر رفتار شکست مواد سنگی بهتر است تا جملات مرتبه بالاتر از بسط تنش در نظر قرار گیرد. آیت‌اللهی و علیها (Ayatollahi and Aliha 2008) با در نظر گرفتن همین نکته برای بهبود تخمین زاویه‌ی رشد ترک، معیار بیشینه مقدار تنش محیطی عمومی^۱ (GMTS) را ارائه کرده‌اند. معیار GMTS علاوه بر در نظر گرفتن جمله‌ی اول از بسط سری تنش، جمله‌ی دوم را نیز در نظر می‌گیرد. در نتیجه تنش محیطی در انتهای ترک به فرم رابطه‌ی (۶) می‌شود.

$$\tau_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2f}r} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (6)$$

در این رابطه $T=4 \times A_2$ پارامتری غیر تکین است که از فاصله‌ی تا نوک ترک مستقل می‌باشد. این پارامتر عموماً به T-Stress معروف است. در معیار GMTS زاویه‌ی رشد ترک (θ) با توجه به شرایط رابطه (۲) و با استفاده از رابطه (۷) به دست می‌آید.

$$K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) - \frac{16T}{3} \sqrt{2f r_c} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0 \quad (7)$$

در حالت کلی هرچه در محاسبه‌ی تنش اطراف ترک تعداد جملات بیش‌تری از بسط سری ویلیامز در نظر گرفته شود، دقت معیار MTS در تخمین زاویه‌ی شروع شکست ترک بهتر و دقیق‌تر می‌شود. اخیراً اکبردوست و آیت‌اللهی (Akbar دوست and Ayatollahi 2014) معیار بیشینه تنش محیطی اصلاح شده^۱ (MMTS) را ارائه کرده‌اند. در معیار MMTS همانند معیار MTS برای به دست آوردن رابطه نهایی عمل کرده تنها با این تفاوت که در محاسبه تنش محیطی علاوه بر جملات اول و دوم، جمله سوم سری ویلیامز هم در نظر گرفته می‌شود. در انتها رابطه مربوط به معیار MMTS برای محاسبه‌ی زاویه‌ی شکست به فرم رابطه‌ی (۸) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & - \frac{3}{8} \frac{K_I}{\sqrt{2f r_c}} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + \\ & T \left(\sin 2\theta_0 \right) - \frac{15}{8} A_3 \sqrt{r_c} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) + \\ & \frac{3}{8} \frac{K_{II}}{\sqrt{2f r_c}} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + 3 \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) - \\ & \frac{15}{8} B_3 \sqrt{r_c} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - 5 \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

9-generalized maximum tangential stress
10-modified maximum tangential stress



معمولاً برای سادگی کار و افزایش قابلیت استفاده از روابط تنش، ضرایب جملات بسط سری ویلیامز را به صورت ضرایب بی بعد K_I^* ، K_{II}^* ، T^* ، A_3^* و B_3^* محاسبه و بیان می کنند. نحوه ی بی بعد سازی این ضرایب در روابط (۹) تا (۱۳) آورده شده است.

$$K_I = \frac{P}{Rt} \sqrt{2fR} K_I^* \quad (۹)$$

$$K_{II} = \frac{P}{Rt} \sqrt{2fR} K_{II}^* \quad (۱۰)$$

$$T = \frac{4P}{Rt} T^* \quad (۱۱)$$

$$A_3 = \frac{P}{Rt} \frac{1}{\sqrt{R}} A_3^* \quad (۱۲)$$

$$B_3 = \frac{P}{Rt} \frac{1}{\sqrt{R}} B_3^* \quad (۱۳)$$

در این روابط R برابر با بُعد نامی قطعه (همانند شعاع در قطعات گرد و یا عرض در نمونه های مستطیلی)، t برابر با ضخامت و P برابر با بار وارده می باشند. با جاگذاری مقادیر بی بعد در روابط (۳)، (۷) و (۸)، فرم نهایی معادلات مربوط به معیارهای GMTS، MTS و MMTS را به ترتیب برای محاسبه زوایای شروع شکست همانند روابط (۱۴) تا (۱۶)، به دست آورد.

$$K_I^* \sin \theta_0 + K_{II}^* (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (۱۴)$$

$$K_I^* \sin \theta_0 + K_{II}^* (3 \cos \theta_0 - 1) - \frac{64T^*}{3} \sqrt{\frac{r_c}{R}} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0 \quad (۱۵)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{8} \sqrt{\frac{R}{r_c}} K_I^* \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + \\ & 4T^* (\sin 2\theta_0) - \frac{15}{8} A_3^* \sqrt{\frac{r_c}{R}} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) + \\ & \frac{3}{8} \sqrt{\frac{R}{r_c}} K_{II}^* \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + 3 \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) - \\ & \frac{15}{8} \sqrt{\frac{r_c}{R}} B_3^* \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - 5 \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (۱۶)$$

همانطور که در رابطه (۱۴) مشاهده می شود در معیار MTS زاویه ی رشد ترک (θ) تنها به نسبت ضرایب شدت تنش ها و یا به عبارت دیگر تنها به مود بارگذاری بستگی دارد و از مواردی همچون اندازه ی بار وارده بر نمونه آزمایشگاهی، ابعاد نمونه و همچنین جنس قطعه مستقل می باشد. اما در روابط مربوط به معیارهای GMTS و MMTS (روابط ۱۵ و ۱۶)، به علت وجود ترم r_c ، علاوه بر مود بارگذاری به جنس ماده و ابعاد قطعه نیز وابستگی خواهد داشت. r_c را می توان برابر با اندازه ی ناحیه ی تخریب در نظر گرفت. برای محاسبه ی r_c روابط مختلفی موجود می باشد. در این مقاله از رابطه ای که اخیراً توسط آیت الهی و اکبردوست (Ayatollahi and Akbaridoost 2012) ارائه شده است استفاده شده است (رابطه (۱۷)).

$$r_c = \left[\frac{f_t \sqrt{2f} \pm \sqrt{2ff_t^2 - 12 \frac{A_3^* K_c^2}{K_1^* R}}}{6 \frac{A_3^* K_c}{K_1^* R}} \right]^2 \quad (۱۷)$$

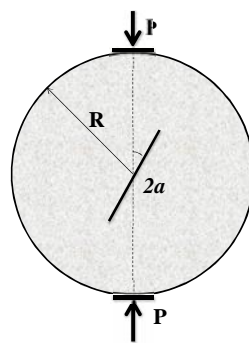
در این رابطه K_C برابر مقدار چقرمگی شکست ظاهری ماده و f_i برابر مقدار مقاومت کششی ماده می‌باشد. حال با داشتن مقدار r_c و جاگذاری آن در روابط (۱۴) تا (۱۶) می‌توان زاویه شروع شکست را براساس معیارهای MTS، GMTS و MMTS محاسبه نمود. البته باید ضرایب بی‌بعد K_I^* ، K_{II}^* ، T^* ، A_3^* و B_3^* را با استفاده از روش‌های عددی یا تحلیلی محاسبه نمود.

روش گام به گام برای تخمین مسیر رشد ترک

روش گام به گام یک روش ساده برای تخمین مسیر رشد ترک می‌باشد که مبتنی بر تعداد محدودی حل اجزای محدود است. در این روش، ابتدا زاویه‌ی شروع شکست توسط معیارهای مختلف برای یک قطعه با طول ترک اولیه محاسبه می‌شود. سپس ترک کوچکی در راستای محاسبه شده به ترک اولیه اضافه شده تا قطعه‌ای با ترک جدید حاصل شود. در گام بعدی، ضرایب مربوط به جملات بسط سری تنش با استفاده از تحلیل اجزا محدود برای قطعه‌ی با ترک جدید محاسبه می‌شوند و با جاگذاری مقادیر محاسبه شده در روابط مربوط به تخمین زاویه شروع شکست، راستای گسترش ترک برای قطعه جدید بدست می‌آید. دوباره ترک کوچکی در راستای محاسبه شده، به طول ترک جدید اضافه می‌گردد تا ترک جدیدتری بدست آید. این روند تا شکست نهایی قطعه ادامه پیدا می‌کند. نکته مهم در این روش، روابط مورد استفاده برای محاسبه زاویه شروع شکست می‌باشد. در این مقاله از روابط (۱۴) تا (۱۶) برای محاسبه زاویه شروع شکست در هر گام استفاده می‌شود. در ادامه مسیر رشد ترک برای یک نمونه سنگی با استفاده از روش گام به گام و روابط (۱۴) تا (۱۶) تخمین زده می‌شود تا تاثیر جملات مرتبه بالاتر در تخمین مسیر رشد ترک بررسی گردد.

تخمین مسیر رشد ترک در نمونه سنگی

به منظور بررسی آزمایشگاهی اثرات جملات مرتبه بالاتر در روش گام به گام، نتایج آزمایشگاهی علیها و همکارانش (Aliha, et al. 2010) استفاده می‌شوند. علیها و همکارانش نمونه‌هایی از جنس سنگ آهک آماده و آزمایش کرده‌اند. نمونه‌های مورد آزمایش، قطعه‌ی دیسکی شکل با ترک مرکزی می‌باشد که به اختصار CCCD گفته می‌شود. این نمونه یکی از انواع نمونه‌های استاندارد مورد توجه پژوهشگران، بخصوص در زمینه مکانیک شکست سنگ، می‌باشد. علت کارایی نمونه در آزمایشات مربوط به مکانیک شکست سنگ‌ها در این است که غالباً برای آزمایش و به دست آوردن خواص مواد سنگی تشکیل دهنده‌ی سازه‌هایی همچون معادن و چاه‌ها از دستگاه‌های مغزه‌گیر استفاده می‌شود، لذا تعبیه‌ی نمونه ساده بوده و احتیاج به ماشین کاری پیچیده نمی‌باشد. در شکل ۱ شماتیکی از این قطعه نشان داده شده است.



شکل ۱: شماتیک نمونه CCCD

همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود نمونه‌ی CCCD یک دیسک دایروی به شعاع R و با ترک مرکزی به طول $2a$ می‌باشد. بارگذاری در این قطعه به صورت فشاری بوده و با تغییر راستای بارگذاری با راستای ترک می‌توان ترکیبات مختلفی از بارگذاری مود ترکیبی I/II را ایجاد نمود. در اینجا به منظور سادگی، فقط حالت بارگذاری مود II خالص مورد بررسی قرار خواهد گرفت. ابعاد قطعه مورد آزمایش در جدول ۱ بیان شده است. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود، نسبت a/R برای قطعه آزمایش شده 0.3 می‌باشد. برای قطعه CCCD با نسبت $a/R=0.3$ حالت مود II خالص در زاویه‌ی 27° درجه رخ می‌دهد (Ayatollahi and Aliha 2007). بنابراین قطعات، در حالتی که زاویه‌ی 27° درجه باشد، آزمایش شده‌اند. بار شکست در این حالت نیز در جدول ۱ بیان شده است.

جدول ۱: ابعاد و بار شکست نمونه CCCD در حالت مود II خالص.

بار شکست P (N)	ضخامت نمونه t (mm)	اندازه‌ی طول ترک اولیه $2a$ (mm)	شعاع نمونه R (mm)
۴۴۸۰	۴۰	۳۰	۵۰



برای محاسبه‌ی زاویه‌ی شروع شکست با طول ترک اولیه، باید در ابتدا، ضرایب جملات بسط سری ویلیامز را محاسبه نمود. سه ضریب K_I ، K_{II} و T را نرم افزار ABAQUS بعنوان خروجی بیان می‌کند. اما در حالتی که نیاز به ضرایب جملات بالاتر باشد (یعنی A_3 و B_3) نیاز است تا از روش دیگری استفاده نمود. در این تحقیق تمامی ضرایب توسط روش المان محدود فرامعین (Ayatollahi and Nejati 2011) محاسبه شده‌اند. مقادیر عددی این ضرایب به صورت بی بعد (یعنی ضرایب K_I^* ، K_{II}^* ، T^* ، A_3^* و B_3^*) در جدول ۲ برای قطعه CCCD با نسبت $a/R=0.3$ و زاویه ترک ۲۷ درجه بیان شده است.

جدول ۲: مقادیر ضرایب بی بعد در انتهای ترک برای نمونه CCCD در حالت مود II ($a/R=0.3$)

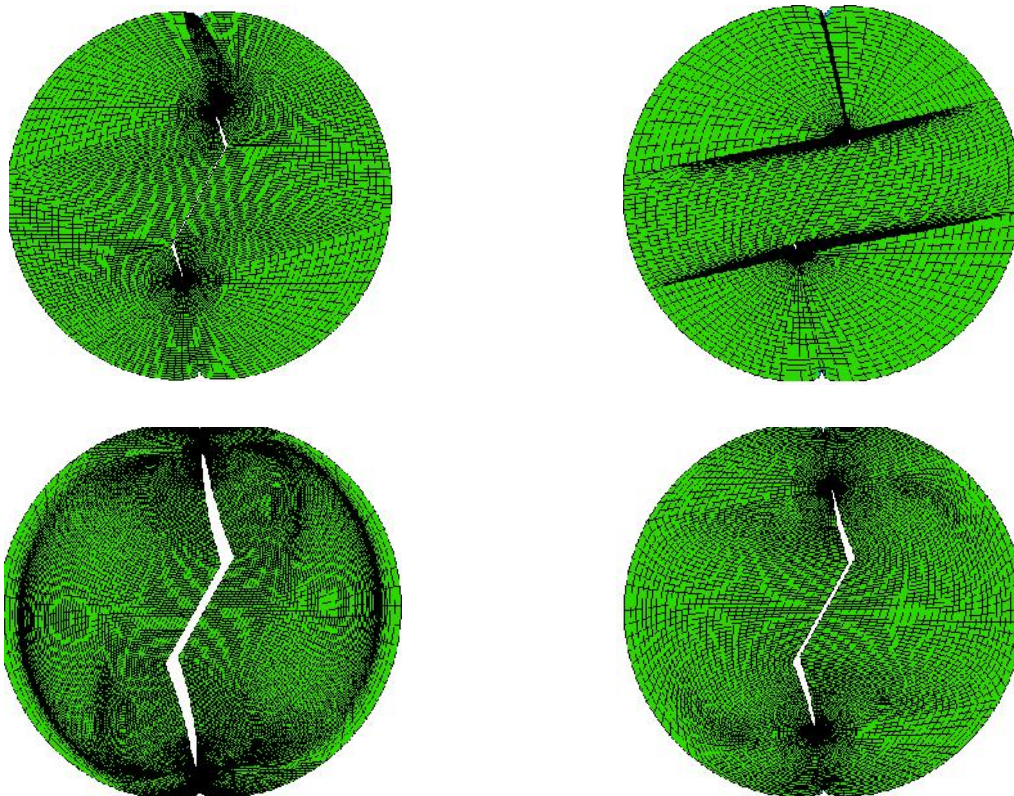
B_3^*	A_3^*	T^*	K_{II}^*	K_I^*
۰/۲۳۰	-۰/۰۹۹	-۰/۱۴۸	۰/۲۲۹	۰/۰۰۱

پارامتر مهم دیگری که برای محاسبه زاویه‌ی شروع شکست لازم است، r_c می‌باشد که توسط رابطه (۱۷) به دست می‌آید. برای این منظور، مقادیر استحکام کششی و چقرمگی شکست برای این نوع سنگ آهک از مرجع (Aliha, et al. 2010) به ترتیب برابر با ۲ MPa و ۰/۲۴ MPa. m جاگذاری شده است. در نتیجه، r_c مقداری برابر ۲/۳ میلیمتر خواهد داشت. اکنون با داشتن ضرایب بی بعد و مقدار فاصله بحرانی، زاویه‌ی شروع رشد ترک (θ) در انتهای ترک اولیه با استفاده از معیارهای MTS، GMTS و MMTS قابل محاسبه می‌باشند. در جدول ۳ زوایای شروع به رشد ترک برای نمونه با ابعاد داده شده در جدول ۱ آورده شده است.

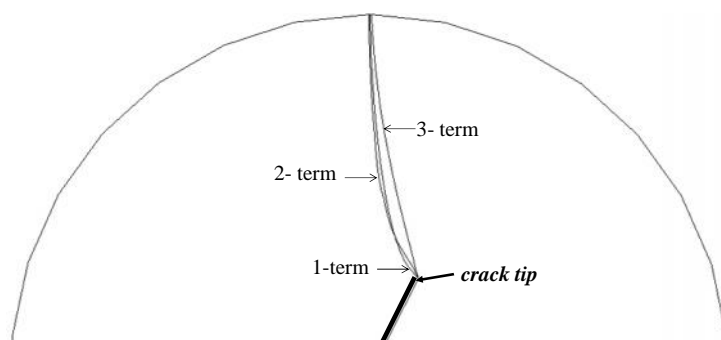
جدول ۳: زاویه‌ی شروع شکست برای نمونه CCCD در حالت مود II با استفاده از معیارهای MTS، GMTS و MMTS ($a/R=0.3$)

MMTS	GMTS	MTS
۴۴°	۵۳°	۷۰°

پس از محاسبه زاویه شروع شکست، ترکی در راستای این زاویه به ترک اولیه اضافه می‌شود. سپس ضرایب بی بعد برای این ترک جدید محاسبه شده و زاویه شروع شکست جدید محاسبه می‌شود. این روند تا شکست نهایی قطعه رخ می‌دهد. در شکل ۲ مراحل اجرا شده برای قطعه CCCD نشان داده شده است. نکته قابل توجه در اینجا این است که مقدار r_c تا انتهای روند شکست ثابت فرض شده و مقدار آن تغییر نکرده است. همچنین مسیر رشد ترک که از سه معیار MTS، GMTS و MMTS حاصل شده است، در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل تفاوت بین مسیرهای رشد ترک تخمین زده شده با استفاده از سه معیار MTS، GMTS و MMTS قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۲: مراحل رشد ترک به روش گام به گام با استفاده از معیار MMTS



شکل ۳: تخمین مسیر رشد ترک با روش گام به گام و تاثیر جملات مرتبه بالاتر تنش.

نتیجه گیری

سنگ در ساخت بسیاری از سازه‌های مهندسی همچون ساختمان‌ها و یا به صورت طبیعی در برخی سازه‌ها همچون معادن موجود می‌باشد. سنگ‌ها در ساختار خود دارای ریز ترک‌های فراوان می‌باشند. لذا تحت بارگذاری‌های مکانیکی دچار شکست می‌شود و ریز ترک‌های موجود در سنگ رشد می‌کنند. یکی از نکات مهمی که در بررسی رشد ترک در قطعات سنگی حائز اهمیت است، تخمین مسیر رشد ترک می‌باشد. در این مقاله، به تخمین مسیر رشد ترک در نمونه سنگی با استفاده از نمونه استاندارد CCCD در حالت مود II خالص پرداخته شد و روشی ساده برای پیش‌بینی مسیر رشد ترک پیشنهاد گردید. روش پیشنهادی یک روش گام به گام بوده که در هر مرحله زاویه شروع ترک با استفاده از مبانی معیار بیشینه تنش محیطی (MTS) محاسبه می‌گردد. در این مقاله، برای محاسبه تنش محیطی در اطراف ترک، علاوه بر جملات تکین (همانند معیار MTS کلاسیک)، جملات دوم و سوم از بسط سری ویلیامز (معیارهای GMTS و MMTS) نیز در نظر گرفته شده است. پس از مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از معیار MTS با معیارهای GMTS و MMTS تفاوت بین مسیر تخمین زده شده توسط این معیارها نشان داده شد.

مراجع

- Akbardoost J and Ayatollahi MR (2014) Experimental analysis of mixed mode crack propagation in brittle rocks: The effect of non singular terms, *Engineering Fracture Mechanics*, 129: 77-89
- Aliha MRM et al. (2010) Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 77: 2200-2212
- Ayatollahi MR and Akbardoost J (2012) Size effects on fracture toughness of quasi-brittle materials –A new approach. *Engineering fracture mechanic*, 92: 89-10
- Ayatollahi MR and Aliha MRM (2007) Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading. *Computational Materials Science*, 38: 660-670
- Ayatollahi MR and Aliha MRM (2008) Mixed mode fracture analysis of polycrystalline graphite – A modified MTS criterion. *Carbon*, 46: 1302-1308
- Chen CS, Pan E and Amadei B (1998) Fracture mechanics analysis of cracked discs of anisotropic rock using the boundary element method. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 35: 195-218
- Elices M et al. (2002) The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69: 137-163
- Erdogan F and Sih GC (1963) On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. *Journal of Fluids Engineering*, 85: 519-525
- Hussain MA, Pu SL and Underwood J (1974) Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II. *Fracture Analysis*, ASTM STP 560: 2–28
- Jia Z, Castro-Montero A and Shah SP (1996) Observation of mixed mode fracture with center notched disk specimens. *Cement and Concrete Research*, 26: 125-137
- Jian-An H and Sijing W (1985) An experimental investigation concerning the comprehensive fracture toughness of some brittle rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 22: 99-104



- Lens NL, Bittencourt E and d'Avila VMR (2009) Constitutive models for cohesive zones in mixed-mode fracture of plain concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, 76:2281-2297
- Lin Q, et al. (2009) Initiation of tensile and mixed-mode fracture in sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46: 489-497.
- Liu HY, et al (2007) Numerical Modelling of the Heterogeneous Rock Fracture Process Using Various Test Techniques. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 40: 107-144
- Ayatollahi MR, Nejati M (2011) An over-deterministic method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 34: 159-176.
- Sih GC (1974) Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. *International Journal of Fracture*, 10: 305-321.
- Song L, Huang SM and Yang SC (2004) Experimental investigation on criterion of three-dimensional mixed-mode fracture for concrete. *Cement and Concrete Research*, 34: 913-916
- Williams ML (1956) On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. *Journal of Applied Mechanics*, 24 (1). pp. 109-114. ISSN 0021-8936
- Xeidakis GS, et al (1997) Trajectories of unstably growing cracks in mixed mode I-II loading of marble beams. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 30: 19-33
- Xu Y and Yuan H (2011) Applications of normal stress dominated cohesive zone models for mixed-mode crack simulation based on extended finite element methods, *Engineering Fracture Mechanics*, 78:544-558.

