

## طراحی نمونه فضایی بهینه چندهدفه برای بررسی های زمین آماری

الهه لطفیان، محسن محمدزاده

گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس

### چکیده:

حساسیت عملکرد طرح نمونه فضایی بهینه نسبت به پارامترهای تغییرنگار از جمله مباحث مورد توجه در زمینه نمونه‌گیری فضایی است. در بسیاری از مطالعات صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی نمونه‌گیری فضایی برای برآورد تغییرنگار مسائل به صورت تک‌هدفه ارائه شده‌اند. این مطالعه سعی در بهینه‌سازی موقعیت‌های نمونه با هدف مینیمم کردن عدم قطعیت ناشی از برآورد پارامترهای تغییرنگار دارد، به طوری که بیش از یک هدف برای نمونه‌گیری مورد اهمیت باشد. برای این منظور، یک مسئله بهینه‌سازی دوهدفه برای نمونه‌برداری از داده‌های شبیه‌سازی شده خاک با دو آزمایش در نظر گرفته شده است. در آزمایش اول دقت برآورد واریانس کریگیدن و در آزمایش دوم خطای استاندارد پارامتر دامنه تغییرنگار به عنوان تابع هدف اول و در هر دو آزمایش کل مسافت پیموده شده بین نقاط نمونه به عنوان تابع هدف دوم در نظر گرفته شده‌اند. برای بهینه‌سازی، از الگوریتم چندهدفه ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب-II استفاده شده و همبستگی فضایی داده‌ها در الگوریتم لحاظ شده است. طرح‌های نمونه بهینه چندهدفه را توسط الگوریتم به دست آورده و حساسیت عملکرد آن‌ها با توجه به مقادیر توابع هدف، نسبت به پارامترهای تغییرنگار مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: نمونه‌گیری فضایی، بهینه‌سازی چندهدفه، عدم قطعیت، الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب-II.  
کد موضوع بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۲H۱۱، ۶۲D۰۵، ۹۰C۲۹، ۶۸W۵۰.

### ۱ مقدمه

یکی از مسائل مورد توجه محققان در بررسی کیفیت خاک، برآورد ویژگی‌های خاک (متغیرهای مورد بررسی) در موقعیت‌های مشاهده نشده توسط داده‌های محدود نمونه است. باید توجه داشت که داده‌های خاک بر حسب موقعیت قرار گرفتن خود در

فضای مورد مطالعه به یکدیگر وابسته هستند که داده‌های فضایی<sup>۱</sup> نامیده می‌شوند. تغییرنگار<sup>۲</sup> به‌عنوان یکی از ارکان اساسی تحلیل فضایی، ساختار همبستگی فضایی داده‌ها را توصیف می‌کند و معمولاً نامعلوم و براساس داده‌ها برآورد می‌شود. از طرفی، دقت پیش‌گویی ویژگی‌های خاک در موقعیت‌های مشاهده نشده به خطای برآورد تغییرنگار حساس است. بنابراین، برآورد مناسب تغییرنگار در اعتبار تحلیل‌های فضایی نقش موثری دارد. این مقاله، سعی در بهینه‌سازی موقعیت‌های نمونه با هدف مینیمم کردن عدم قطعیت ناشی از برآورد پارامترهای تغییرنگار دارد به طوری که بیش از یک هدف برای نمونه‌گیری مورد توجه باشد. برای این منظور، یک مسئله بهینه‌سازی دوهدفه برای نمونه‌برداری از داده‌های شبیه‌سازی شده خاک در نظر گرفته شده است. لارک (۲۰۰۲) حالت تک‌هدفه این مسئله را بررسی نموده و پیشنهاد کرده است که با محدود کردن مقدار مسافت طی شده به‌عنوان قید مسئله بهینه‌سازی تک‌هدفه، تاثیر عدم قطعیت ناشی از برآورد پارامترهای تغییرنگار مینیمم شود. در این مطالعه، عدم قطعیت و مسافت پیموده‌شده برای عبور از تمام نقاط نمونه به‌صورت دو تابع هدف مجزا در نظر گرفته شده‌اند و از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه برای حل آن استفاده می‌شود.

در بخش ۲ مفاهیم مقدماتی، توابع هدف مسئله مورد مطالعه و کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب-II<sup>۳</sup> برای نمونه‌گیری فضایی بیان شده‌اند. در بخش ۳ مطالعه موردی تشریح می‌شود. نتایج عددی در بخش ۴ گزارش شده و در انتها به بحث و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

## ۲ مواد و روش‌ها

یک مجموعه از  $n$  مشاهده  $\mathbf{z} = \{z(\mathbf{x}_1), \dots, z(\mathbf{x}_n)\}$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $\mathbf{z}$  یک فرایند گاوسی  $n$ -متغیره با واریانس  $\sigma^2$  و ماتریس کوواریانس  $\mathbf{V}$  باشد که اگر  $\mathbf{A}$  ماتریس همبستگی باشد، آن را می‌توان به صورت  $\mathbf{V} = \sigma^2 \mathbf{A}$  تجزیه کرد. هر مولفه  $A_{ij}$  بر حسب پارامترهای تغییرنگار مورد نظر و تاخیر  $h$ <sup>۴</sup> که فاصله بین دو موقعیت  $x_i$  و  $x_j$  است، نوشته می‌شود. برای برآورد بردار  $\theta$  از  $p$  پارامتر تغییرنگار،  $\theta_1, \dots, \theta_p$ ، تابع نیم تغییرنگار نمایی همسان‌گرد  $\gamma(h) = c_0 + c_1(1 - e^{-\frac{h}{a}})$  را در نظر بگیرید که در آن  $h$  فاصله تاخیر،  $c_0$  و  $c_1$  مولفه‌های واریانس و  $a$  پارامتر دامنه هستند. بردار  $\theta$  برای این نیم تغییرنگار شامل دو پارامتر دامنه  $a$  و نرخ همبستگی فضایی  $s$  است که به صورت  $s = \frac{c_1}{c_0 + c_1}$  بیان می‌شود.  $c_0 + c_1$  برابر با واریانس پیشینی  $\sigma^2$  است.

### ۱.۲ توابع هدف

برآوردهای پارامترهای تغییرنگار دارای عدم قطعیت هستند. از آنجا که ماتریس کوواریانس، این عدم قطعیت را کمی می‌کند، می‌تواند نقطه شروع مناسبی برای تعریف تابع هدف برای برآورد تغییرنگار (به روش ماکسیمم درستنمایی) باشد. ماتریس کوواریانس،  $\mathbf{C}(\theta)$ ، را می‌توان از معکوس ماتریس اطلاع فیشر،  $\mathbf{I}(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial \theta'}\right]$  به دست آورد، که در آن  $L$  تابع لگ درستنمایی و  $\frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial \theta'}$  ماتریس هسیان آن است. به جای استفاده از ماتریس هسیان، می‌توان هر مولفه ماتریس اطلاع را از رابطه

$$[\mathbf{I}(\theta)]_{ij} = \frac{1}{\sigma^2} \text{Tr}[\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_i \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_j], \quad (1.2)$$

<sup>1</sup> Spatial Data

<sup>2</sup> Variogram

<sup>3</sup> Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II

<sup>4</sup> Lag

به دست آورد که در آن  $\mathbf{A}_i \equiv \left(\frac{\partial}{\partial \theta_i}\right) \mathbf{A}$  و  $Tr[\cdot]$  نشان دهنده اثر ماتریس است. انتخاب تابع هدف به نمونه‌گیری بستگی دارد. اگر ابتدا مقیاس همبستگی متغیر مورد بررسی برآورد شود، می‌توان خطای استاندارد پارامتر دامنه تغییرنگار،  $a$  را به عنوان یکی از توابع هدفی که باید مینیمم شود از ماتریس کوواریانس،  $\mathbf{C}(\theta)$ ، به دست آورد. تابع هدف دیگر، دقت برآورد واریانس کریگیدنی است که از برآورد تغییرنگار برای توزیع مشخصی از موقعیت‌های نمونه حول یک موقعیت فاقد مشاهده به دست می‌آید. واریانس کریگیدن از رابطه

$$\sigma_K^2(\mathbf{x}_0) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), \quad (2.2)$$

محاسبه می‌شود، که در آن  $\mathbf{x}_0$  موقعیت هدف برای کریگیدن و  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) موقعیت‌های همسایه برای کریگیدن در  $\mathbf{x}_0$  با وزن‌های کریگیدن  $\lambda_i$  هستند. از رابطه (۲.۲) ملاحظه می‌شود که واریانس کریگیدن ترکیبی خطی از مقادیر تغییرنگار است. بر این اساس، حساسیت واریانس کریگیدن به خطاهای تغییرنگار، دلیل انتخاب دقت برآورد واریانس کریگیدن به عنوان تابع هدف برای بهینه‌سازی نمونه‌گیری برای برآورد تغییرنگار است. این مطالعه، درصد مینیمم کردن خطای  $\sigma_K^2$  است که ناشی از خطا در برآورد پارامترهای تغییرنگار می‌باشد. واریانس خطای  $\sigma_K^2$  را می‌توان با استفاده از تقریب مرتبه اول سری تیلور به صورت

$$V_e(\sigma_K^2) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \frac{\partial \sigma_K^2}{\partial \theta_i} \frac{\partial \sigma_K^2}{\partial \theta_j}, \quad (3.2)$$

بیان نمود که در آن  $\sigma_j$  به ترتیب ضریب همبستگی و خطاهای استاندارد پارامترهای تغییرنگار  $\theta_j$  و  $\theta_i$  هستند که می‌توانند به طور مستقیم از ماتریس کوواریانس،  $\mathbf{C}(\theta)$  محاسبه شوند (لارک، ۲۰۰۲). برای تعریف تابع هدف دوم، فرض کنید یک مسیر طی شده بین نقاط نمونه، به فرم  $\mathbf{x} = (x_i)_{i=1}^n$  باشد. در این صورت مسافت طی شده در این مسیر به صورت  $d(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \|x_{i+1} - x_i\|$  است که به عنوان تابع هدف دوم در نظر گرفته می‌شود. برای مینیمم‌سازی تابع هدف دوم، از روش فروشنده دورگرد استفاده می‌شود (گوتین و پونز، ۲۰۰۶). پس از تعریف توابع هدف، چالش بعدی بهینه‌سازی پیکربندی نقاط نمونه برای مینیمم کردن توابع هدف مطرح شده است.

## ۲.۲ بهینه‌سازی چندهدفه

یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه در حالت کلی به صورت

$$\min f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x)), \quad g_j(x) \leq 0, \quad j \in J_\ell = \{1, \dots, \ell\}, \quad x \in X \subseteq \mathbb{R}^n, \quad (4.2)$$

بیان می‌شود، که در آن  $f_i, g_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ،  $i \in I_m := \{1, \dots, m\}, j \in J_\ell$  و  $m > 1$  هستند. مجموعه ناتهی  $S := \{x \in X \subseteq \mathbb{R}^n : g_j(x) \leq 0, j \in J_\ell\}$  مجموعه شدنی<sup>۵</sup> و فضای هدف<sup>۶</sup> نامیده می‌شوند. به دلیل وجود چند تابع هدف، بعد فضای تصویر (فضای هدف) بیشتر از یک بوده و اعمال یک ترتیب کلی استاندارد روی آن ناممکن است (ارگوت، ۲۰۰۵). با توجه به این چالش، تعریف کردن جواب بهینه به فرم معمول برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه میسر نیست. برای این منظور، مفهوم جواب بهینه پارتو<sup>۷</sup> مورد توجه قرار می‌گیرد.

<sup>۵</sup> Feasible set

<sup>۶</sup> Objective space

<sup>۷</sup> Pareto

**تعریف ۱.۲.** (ارگوت، ۲۰۰۵) در مسئله مینیمم‌سازی (۴.۲)، جواب شدنی  $\hat{x} \in S$ ، بهینه پارتو (نامغلوب) نامیده می‌شود هرگاه جواب  $x \in S$  وجود نداشته باشد که برای هر  $k \in I_m$  و برای حداقل یک  $i \in I_m$ ،  $f_i(x) < f_i(\hat{x})$ . مجموعه تمام نقاط پارتو یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه را مرز پارتو<sup>۸</sup> آن مسئله می‌نامند.

## ۳.۲ نمونه‌گیری فضایی با الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب-II (NSGA-II) اولین بار توسط **دب و همکاران** (۲۰۰۲) برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه معرفی شد.

### الگوریتم ۱.۲. NSGA-II

**گام ۱-** تعیین دامنه مورد مطالعه،

**گام ۲-** مقداردهی پارامترهای موردنیاز در الگوریتم و پیاده‌سازی روابط توابع هدف مسئله مورد مطالعه. همبستگی فضایی داده‌ها توسط تابع تغییرنگار در تابع هدف اول لحاظ می‌شود،

**گام ۳-** ایجاد جمعیت اولیه به‌طور تصادفی با اندازه  $N$  (والدین)، محاسبه مقادیر توابع هدف برای اعضای جمعیت و مرتب‌سازی آن‌ها با استفاده از عملگرهای مرتب‌سازی نامغلوب و فاصله ازدحامی<sup>۹</sup>،

**گام ۴-** ایجاد جمعیت فرزندان و جهش‌یافتگان با استفاده از عملگرهای تقاطع<sup>۱۰</sup> و جهش<sup>۱۱</sup> و تلفیق آن‌ها با جمعیت اولیه،

**گام ۵-** محاسبه مقادیر توابع هدف برای هر یک از اعضای جمعیت تلفیق‌شده و مرتب‌سازی آن‌ها با استفاده از عملگرهای مرتب‌سازی نامغلوب و فاصله ازدحامی در سطح‌های نامغلوب مختلف،

**گام ۶-** ایجاد جمعیت جدید با اندازه  $N$  براساس اعضای مرتب‌شده جمعیت تلفیق‌شده طبق فرایند زیر: اگر اندازه بهترین جواب‌ها کم‌تر از  $N$  باشد، تمام اعضای جمعیت جدید انتخاب و بقیه اعضا از سایر مرزهای پارتو در ترتیب رتبه‌بندی انتخاب می‌شوند. باید توجه داشت که در آخرین سطح (که ممکن است بهترین سطح جواب‌ها باشد)، ترتیب ورود توسط عملگر فاصله ازدحامی انتخاب می‌شود،

**گام ۷-** ایجاد جمعیت فرزندان و جهش‌یافتگان براساس جمعیت جدید،

**گام ۸-** ادامه این روند تا رسیدن به ماکسیمم تعداد تکرارهای تعیین شده برای مسئله.

## ۳ مطالعه موردی

به تعداد  $N = 49$  نقطه نمونه به‌طور تصادفی داخل ناحیه مربعی  $\mathcal{R}$  با اضلاعی به طول ۵۰ واحد انتخاب می‌شوند، به‌طوری که هیچ محدودیتی برای موقعیت نقاط در منطقه وجود ندارد. به‌منظور اجتناب از پاسخ‌های تباهیده که در آن جفت نقاط خیلی به هم نزدیک می‌شوند، حداقل فاصله یک واحد بین هر دو نقطه اعمال می‌شود. سپس، هر نقطه به‌طور تصادفی آشفته<sup>۱۲</sup> می‌شود، مشروط به اینکه داخل منطقه مورد مطالعه  $\mathcal{R}$  باشد و از مقدار آستانه مشخص (یک واحد) به نقاط دیگر نزدیک نشود. برای بهینه‌سازی ابتدا باید توابع هدف تعریف شوند. در آزمایش اول، تقریب سری تیلور واریانس خطای واریانس کریگیدن به‌عنوان تابع هدف اول در نظر گرفته شده است. در آزمایش دوم، خطای استاندارد پارامتر دامنه تغییرنگار،  $a$ ،

<sup>8</sup>Pareto frontier

<sup>9</sup>Crowding distance

<sup>10</sup>Crossover

<sup>11</sup>Mutation

<sup>12</sup>Perturb

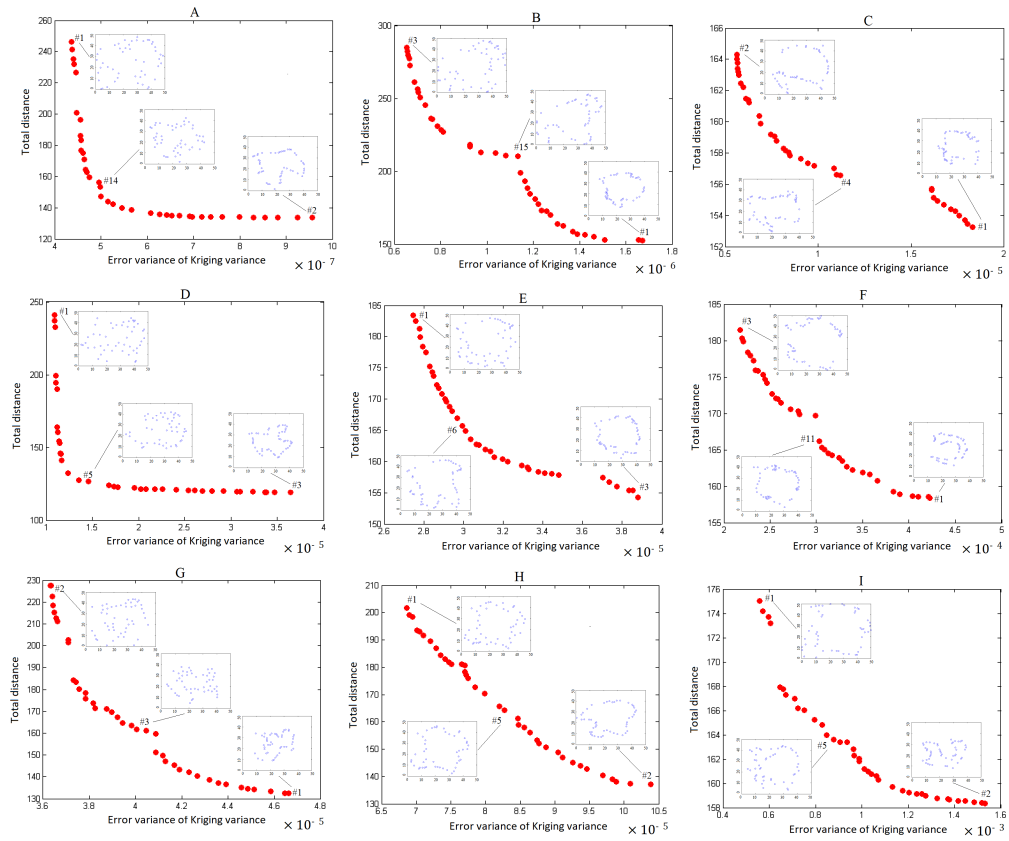
به‌عنوان تابع هدف اول و در هر دو آزمایش کل مسافت طی شده بین نقاط نمونه به‌عنوان تابع هدف دوم در نظر گرفته شده‌اند. برای محاسبه توابع هدف، برای مجموعه‌ای معین از مکان‌های نقاط نمونه، ماتریس همبستگی پارامترهای تغییرنگار نمایی، **A**، با پارامترهای مشخص شده در جدول ۱ و واریانس پیشینی ۱ محاسبه می‌شود. از رابطه (۱.۲) برای محاسبه مولفه به مولفه ماتریس اطلاع پارامترهای تغییرنگار، **I**، و از معکوس این ماتریس برای محاسبه ماتریس کوواریانس پارامترها،  $C(\theta)$  استفاده می‌شود. ریشه دوم مولفه‌های قطر اصلی  $C(\theta)$ ، خطای استاندارد برآورد پارامترهای تغییرنگار متناظر هستند. خطای استاندارد پارامتر دامنه تغییرنگار،  $a$ ، تابع هدف اول آزمایش دوم است. همبستگی پارامترهای تغییرنگار نیز از ماتریس کوواریانس  $C(\theta)$  به‌دست می‌آیند. سپس فرایند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم NSGA-II انجام می‌شود. برنامه‌ها روی یک کامپیوتر با واحد پردازش مرکزی (CPU)، ۳۰/۲ GHz، با پنج هسته، حافظه دستیابی تصادفی (RAM)، ۸/۰ GB و نرم‌افزار MATLAB b۲۰۱۳R اجرا شده‌اند.

جدول ۱: توابع هدف، تغییرنگار در نظر گرفته شده و مقادیر پارامترهای آن

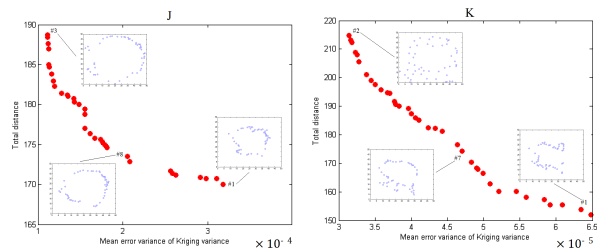
آرایه	تعداد نقاط نمونه	تابع هدف	نیم تغییرنگار: $\gamma(h) = (1-s) + s\{1 - \exp(-h/a)\}$
			$s$
A	۴۹	evkv	۰/۱
B	۴۹	evkv	۰/۱
C	۴۹	evkv	۰/۱
D	۴۹	evkv	۰/۵
E	۴۹	evkv	۰/۵
F	۴۹	evkv	۰/۵
G	۴۹	evkv	۰/۹
H	۴۹	evkv	۰/۹
I	۴۹	evkv	۰/۹
J	۴۹	evkv	۰/۵
K	۴۹	evkv	۰/۱, ۰/۵, ۰/۹
L	۴۹	sea	۰/۱
M	۴۹	sea	۰/۵
N	۴۹	sea	۰/۹

## ۴ نتایج عددی

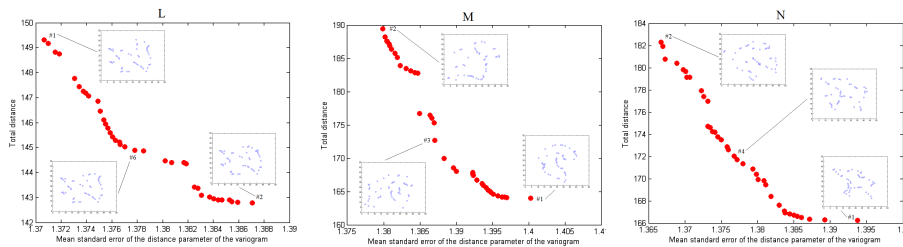
شکل ۱ مرزهای پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر را برای آرایه‌های I-A نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقادیر تابع هدف واریانس خطای واریانس کریگیدن برای هریک از مجموعه نقاط نمونه بهینه روی مرزهای پارتو به‌دست آمده، مقادیر کوچک و قابل‌قبولی هستند ولی اغلب نقاط نمونه از منظر تابع هدف مسافت کل اختلاف معنی‌داری دارند. باید توجه داشت، در اغلب پروژه‌های عملی، بودجه محدودی در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که در مسئله مورد مطالعه، طی کردن مسافت مستلزم صرف هزینه است ممکن است این تابع هدف از اهمیت زیادی برخوردار باشد. بر این اساس می‌توان با انتخاب نقاط نمونه‌ای که در عین حال دارای واریانس خطای قابل‌قبولی هستند ولی مسافت کل کوچک‌تری دارند از نظر اقتصادی نمونه‌گیری مقرون‌به‌صرفه‌تری را طراحی کرد. البته با توجه به حساسیت برنامه‌ریزی‌ها در پروژه‌های کلان، ممکن است میزان خطای ناچیز موجب پیامدهای جبران‌ناپذیری شود. در هر صورت، انتخاب مجموعه نقاط نمونه بهینه نهایی با



شکل ۱: مرزهای پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر برای آرایه‌های A-I



شکل ۲: مرزهای پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر برای آرایه‌های J-K



شکل ۳: مرزهای پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر برای آرایه‌های L-N

جدول ۲: میانگین توابع هدف برای هر طرح نمونه‌گیری با مقادیر مختلف پارامترهای تغییرنگار  $s$  و  $a$

آرایه	میانگین $evkv$	میانگین $evkv$	میانگین $\bar{sea}$	میانگین فاصله کل
A	$0/0006 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۲/۷۳۶۳
B	$0/0011 \times 10^{-3}$	-	-	۲۰۷/۶۵۴۳
C	$0/0102 \times 10^{-3}$	-	-	۱۵۸/۵۵۷۳
D	$0/0204 \times 10^{-3}$	-	-	۱۴۳/۸۹۳۹
E	$0/0315 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۵/۸۳۳۹
F	$0/2980 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۸/۷۱۷۱
G	$0/0402 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۸/۴۵۳۲
H	$0/0823 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۸/۰۷۹۰
I	$1 \times 10^{-3}$	-	-	۱۶۳/۳۶۰۲
J	-	$0/1762 \times 10^{-3}$	-	۱۷۸/۱۴۶۰
K	-	$0/0440 \times 10^{-3}$	-	۱۸۲/۰۶۷۰
L	-	-	۱/۳۷۸۰	۱۴۵/۴۳۲۶
M	-	-	۱/۳۸۸۷	۱۷۴/۲۶۲۰
N	-	-	۱/۳۷۶۹	۱۷۳/۲۴۰۵

توجه به الویت‌بندی تصمیم‌گیرندگان نسبت به اهمیت توابع هدف صورت می‌گیرد. شکل ۲ مرز پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر را برای آرایه‌های J-K نشان می‌دهد. در آرایه‌های J و K تابع هدف اول، میانگین واریانس خطای واریانس کریگیدن، به ترتیب برای مقادیر مختلف پارامتر فاصله تغییرنگار،  $a$  و مقادیر مختلف پارامتر  $s$  در نظر گرفته شده است که مقادیر پارامترها در جدول ۱ ارائه شده‌اند. در هر دو آرایه مشابه آرایه‌های I-A مقادیر میانگین واریانس خطای واریانس کریگیدن کوچک و قابل قبول هستند ولی در تابع هدف دوم، مسافت کل، اختلاف معنی‌دارتری به‌ویژه در آرایه K بین مجموعه‌های نقاط به‌دست آمده توسط الگوریتم به‌چشم می‌خورد. شکل ۳ مرز پارتو و برخی موقعیت‌های نمونه متناظر را برای آرایه‌های N-L نشان می‌دهد. در آرایه‌های L، M و N تابع هدف اول، میانگین خطای استاندارد پارامتر فاصله برای مقادیر مختلف پارامتر فاصله ( $a = 1, 3, 5$ ) و به ترتیب  $s = 0/1$ ،  $s = 0/5$  و  $s = 0/9$  در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل ۳ ملاحظه می‌شود مقادیر میانگین خطای استاندارد پارامتر فاصله در هر سه آرایه مقادیری نزدیک به هم و قابل قبول هستند ولی آرایه L که به ازای  $s = 0/1$  طراحی شده است دارای مقادیر کوچک‌تری برای تابع هدف دوم، مسافت کل است و به نظر نمونه‌های مقرون‌به‌صرفه‌تری را ارائه می‌دهد. در جدول ۲، میانگین توابع هدف و حساسیت مقادیر توابع هدف نسبت به پارامترهای تغییرنگار برای هر آرایه نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌شود برای مقادیر متفاوت پارامترهای تغییرنگار، مقادیر توابع هدف و طرح نمونه‌های به‌دست آمده نیز متفاوت هستند. باید توجه داشت، با افزایش یک تابع هدف، تابع هدف دیگر کاهش می‌یابد و بالعکس که گویای این است که دو تابع هدف در یک راستا نمی‌باشند. در جدول ۲، آرایه B دارای مینیمم واریانس خطای واریانس کریگیدن و ماکسیمم مسافت کل است در حالی که آرایه D دارای ماکسیمم مقدار برای واریانس خطا و مینیمم مقدار مسافت کل می‌باشد. با توجه به ارجحیت تصمیم‌گیرندگان نسبت به اهمیت توابع هدف یکی از آرایه‌ها انتخاب می‌شود که ممکن است تصمیم‌گیرندگان خواهان تعادل بین مقادیر هر دو تابع هدف باشند و بر این اساس آرایه دیگری را انتخاب نمایند. آرایه‌های J و K که تابع هدف اول در هر دو به‌صورت میانگین واریانس خطای واریانس کریگیدن است به ترتیب دارای مسافت کوچک‌تر و واریانس کم‌تر هستند. در آرایه‌های L، M و N که تابع هدف اول، میانگین خطای استاندارد پارامتر فاصله است، آرایه L دارای مقادیر مسافت کل کم‌تری نسبت به دو آرایه دیگر است. تابع هدف اول برای هر سه آرایه مقادیری کوچک و مطلوب می‌باشد.

## بحث و نتیجه‌گیری

یک مسئله بهینه‌سازی دوهدفه برای نمونه‌برداری از خاک یک منطقه شبیه‌سازی شده مربعی در نظر گرفته شد. در این راستا، دو آزمایش طراحی و بررسی شدند. در آزمایش اول، واریانس خطای واریانس کریگیدن و در آزمایش دوم، خطای استاندارد پارامتر فاصله تغییرنگار به‌عنوان تابع هدف اول و در هر دو آزمایش مسافت کل جابه‌جایی برای نمونه‌برداری به‌عنوان تابع هدف دوم مسئله فرض شدند. برای بهینه‌سازی از الگوریتم NSGA-II برای یافتن طرح‌های نمونه بهینه استفاده شد. برای این منظور همبستگی فضایی داده‌ها در تابع هدف اول لحاظ و الگوریتم برای داده‌های فضایی تعمیم داده شد. حساسیت طرح نمونه‌ها و مقادیر توابع هدف آن‌ها نسبت به پارامترهای تغییرنگار مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان‌دهنده عملکرد مناسب این الگوریتم در مسئله نمونه‌گیری فضایی است.

## تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از داوران محترم و حمایت قطب علمی تحلیل داده‌های وابسته فضایی و فضایی-زمانی دانشگاه تربیت مدرس کمال تشکر و قدردانی را دارند.

## مراجع

- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002), A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm: NSGA-II, *IEEE T EVOLUT COMPUT*, **6**, 182-197.
- Ehrgott, M. (2005), *Multicriteria Optimization*, Springer-Verlag, Berlin.
- Gutin, G., and Punnen, A. P. (Eds.), (2006), *The Traveling Salesman Problem and Its Variations* (Vol. 12), Springer Science & Business Media.
- Lark, R. M. (2002), Optimized Spatial Sampling of Soil for Estimation of the Variogram by Maximum Likelihood, *Geoderma*, **105**, 49-80.